

Ausgewählte Ergebnisse einer einheitlichen Quantenfeldtheorie
der Materie und Gravitation.

Burkhard H e i m, N o r t h e i m bei Göttingen, Germany (W).

Abstract

The formulae for the fine structure constant, the elektron charge, the magnetic momenta for electron, μ -meson and the nucleons, and the masses of the elementary particles including the neutrinos are given as a result of a unified nonlinear theory of matter and gravitation. Further, the values of the Hubbleconstant H , Hubbleradius R_0 , the density of matter of the univers σ and the maximumdistanze ϱ of gravitational interaction are derived. The results agree with the measured values.

Vorbemerkung:

In der vorliegenden informatorischen Schrift sollen einige Ergebnisse einer neuen einheitlichen Quantenfeldtheorie der Materie und der Gravitation bekannt gegeben werden. Die Auswahl dieser Ergebnisse wurde einerseits so getroffen, daß ein in sich selbst geschlossenes System entstand, mit dem möglicherweise bereits gearbeitet werden kann, bevor die Theorie in extenso vorliegt, deren Publikation zu einem späteren Zeitpunkt erfolgen soll. Andererseits ist dieses System so beschaffen, daß die numerisch ermittelbaren theoretischen Werte unmittelbar mit hinreichend vorliegenden Meßdaten verglichen werden können.

Offensichtlich kann eine einheitliche Feldtheorie - die eine allgemeine Kosmologie begründen könnte - nur eine einheitliche Theorie der Elementarkorpuskeln sein. In jedem Fall sind diese Elementarkorpuskeln als Quellen von Wechselwirkungen zu

verstehen. Mir erscheinen nun zwei Formen der Auffassung einer Theorie dieser Elementarstrukturen sinnvoll.

a) Nach einer phänomenologischen Klassifikation werden die Wechselwirkungsvorgänge beschrieben und die Frage nach dem inneren Wesen der Quellen dieser Wechselwirkungen ausgeklammert. In diesem Fall erscheint es sinnlos die allgemeine Gravitation in die Beschreibung aufzunehmen; denn die gravitative Wechselwirkung ist bezogen auf die übrigen Wechselwirkungen derart schwach, daß sie bei der Empirie der Wechselwirkungen von Elementarkorpuskeln niemals erscheint und somit in jedem Fall vernachlässigt werden kann. Man erhält auf diese Weise Aussagen über Wechselwirkungsvorgänge, doch wird bestimmt eine Beschreibung der Elementarteilchenmassen bereits problematisch, und es scheint die nötige Konsistenz zu fehlen.

b) Der zweite Weg könnte darin bestehen, zunächst die allgemeine Gravitation als einheitliches Hintergrundphänomen zu betrachten und im Rahmen einer allgemeinen Strukturtheorie die Struktur der Elementarkorpuskeln zu beschreiben. Hier könnten alle statischen Eigenschaften wie Masse u.s.w. wiedergegeben werden, jedoch wird eine derartige Theorie zunächst nichts über die Wechselwirkungsvorgänge aussagen.

Wir haben nun versucht im Rahmen der Auffassung (b) eine nichtlineare Theorie mehrerer metrischer Strukturen durchzuführen, die in einem höherdimensionalen abstrakten Raum korrelieren. Einer der Unterräume dieser mehrdimensionalen Mannigfaltigkeiten ist der R_4 der Raumzeit (imaginäre Zeitkoordinate), während der Schnitt der korrelierenden Weltstrukturen mit diesem R_4 als elementare Ereignisketten erscheinen, die sich im momentanen reellen R_3 des physischen Universums als quantenhafte Elementarstrukturen manifestieren. Auf diese Weise entstanden die in (1) angeführten exakten Lösungen des mikrokosmischen Bereiches, während die in (2)

angegebenen kosmologischen Lösungen makroskopische Approximationen sind. Immerhin scheint die Auffassung (b) zu einer geschlossenen Darstellung zu führen, der man nach meiner Auffassung eine Beschreibung der Wechselwirkungen im Sinne (a) anschließen kann. Sollte dies möglich werden, dann wäre (a) der zweite Schritt; dem der Schritt (b) vorangehen muß. Die numerischen Ermittlungen der theoretischen Werte wurden mit einer DIEHL ALGOTRONIK ausgeführt und stets im internationalen Maßsystem gerechnet. Aus theoretischen Gründen wurden die folgenden Naturkonstanten verwendet:

$$\text{Das Wirkungsquant } \hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,0545919 \cdot 10^{-34} \text{ [W s^2]},$$

$$\text{die Lichtgeschwindigkeit } c = 2,997925 \cdot 10^8 \text{ [ms}^{-1}\text{]},$$

die Newton'sche Gravitationskonstante

$$\gamma^2 = 6,6732 \cdot 10^{-11} \text{ [m}^3 \text{ K g}^{-1} \text{ s}^{-2}\text{]},$$

sowie der elektromagnetische Wellenwiderstand des leeren

$$\text{Raumes } R = 376,72482 \text{ [}\Omega\text{]}$$

Ferner erscheint die Einheitsstrecke $s_0 = 1 \text{ [m]}$ als Eichfaktor in der ebenfalls verwendeten abgeleiteten Konstante

$$c \mu \cdot s_0 = 4\sqrt{\pi} \cdot \sqrt[3]{3\pi s_0 \gamma^2 \hbar} \cdot \sqrt{\frac{c\hbar}{3\gamma^2}},$$

für welche sich numerisch

$$\mu = 2,25902741 \cdot 10^{-31} \text{ [Kg]} \quad \text{ergibt,}$$

während mit

$$10^{-31} \text{ [Kg]} = 0,05609537 \text{ [MeV]}$$

die Trägheitsmasse in Elektronenmegavolt umgerechnet wird.

1.) Die statischen Eigenschaften der Elementarteilchen.

In den letzten Jahren wurden verschiedene spekulative Theorien

der Feinstrukturkonstante α veröffentlicht, in denen ihr Zahlenwert aus gewissen mathematischen Aspekten als algebraischer Ausdruck ganzer Zahlen und der Zahl π entwickelt wird. Mit dem empirischen Meßwert dieser Feinstrukturkonstante

$$(1) \quad 1/\alpha_{\text{exp}} = 137,03602 \pm 0,000022$$

sind die theoretischen Werte zu vergleichen. So liefert die algebraische Theorie von W y l e r ¹⁾ einen theoretischen Wert

$$1/\alpha_W = 137,0360824$$

der durchaus mit dem Meßwert (1) vergleichbar ist. Ein weiteres Ergebnis des mathematischen Modells von W y l e r ²⁾ ist eine Darstellung des Verhältnisses der Protonenmasse m_p zur Elektronenmasse m_e , nämlich

$$(m_p/m_e)_W = 6 \pi^5 = 1836,11811,$$

was wiederum mit dem experimentellen Wert

$$(m_p/m_e)_{\text{exp}} = 1836,108 \pm 0,016$$

vergleichbar ist. Durch diese Betrachtungen angeregt, wurde eine ganze Reihe von Spekulationen zur Beschreibung der Feinstrukturkonstante durch ganze Zahlen und die Zahl π veröffentlicht³⁾; wobei allein die Brauchbarkeit solcher Spekulationen - beispielsweise i. B. auf die Rydbergkonstante oder zum Verständnis der magischen Zahlen des Schalenmodells der Nuklide⁴⁾ - über ihren Wert entscheiden sollte. Unabhängig von diesen mathematischen Modellen oder reinen Spekulationen muß immerwieder die Frage nach dem physikalischen Hintergrund solcher Modelle gestellt werden. Eine rein physikalische Darstellung der Feinstrukturkonstante folgt aus H e i s e n b e r g s einheitlicher Feldtheorie⁵⁾. In diesem Fall ergibt sich der einfache Ausdruck

$$1/\alpha_H = 5! = 120.$$

Ein anderer Weg zur Darstellung der Feinstrukturkonstante

durch ganze Zahlen und der Zahl π ist tatsächlich möglich, und zwar durch eine von H o r a angegebene rein physikalische Behandlung eines oszillierenden Elektrons innerhalb eines schwarzen Körpers mit extrem hoher Strahlungstemperatur. Hier muß ein Rückstoßmechanismus des Elektrons gefordert werden (in Analogie zu demjenigen der Moleküle bei E i n s t e i n ⁶⁾), und dieser Mechanismus bedingt im Fall des schwingenden Elektrons eine Feinstrukturkonstante ⁷⁾, nämlich

$$1/\alpha_{Hr} = 2^7 \cdot \pi/3 = 134,0412866.$$

Diese nach H o r a aus einer rein physikalischen Untersuchung hergeleitete Feinstrukturkonstante unterscheidet sich immerhin nur um den Summanden 3 vom empirischen Wert (1).

Wie in der Vorbemerkung erwähnt, gingen wir von strukturtheoretischen Untersuchungen aus ⁸⁾, wobei die phänomenologischen Größen zunächst in radikaler Weise geometrisiert wurden. Alle Elementarstrukturen des manifesten R_4 oder des momentanen reellen R_3 erscheinen so als Projektionen invarianter Strukturkorrelationen aus mehrdimensionalen abstrakten Mannigfaltigkeiten. Für das kleinstmögliche elektrische Ladungsfeld - also die elektrische Elementarladung - ergibt sich auf diese Weise mit den Naturkonstanten $\hbar$ und R (siehe Vorbemerkung) der prüfbare Wert

$$(2) \quad e_{\pm} = \pm \frac{3}{4 \pi^2} \sqrt{2^9 \frac{\hbar}{R}}$$

in welcher zur Kürzung die reinen Zahlen *

$$(2a)\# \quad \eta = 5 \cdot \eta + 2 \cdot \sqrt{\eta} + 1$$

und

$$(2b)\# \quad \eta \cdot \sqrt[4]{4 + \pi^4} = \pi$$

verwendet wurden. Das zweideutige Ladungsvorzeichen geht dabei auf die Zweideutigkeit der Quadratwurzel zurück. Erst aus dieser

* Bei # s. Anhang B S. 41

Beziehung (2), die sich aus der Anwendung eines Extremalprinzips ergab, wurde die Feinstrukturkonstante α' durch Substitution von (2) in der phänomenologischen Beziehung

$$e_{\pm}^2 \sim \alpha'$$

gewonnen. Hierbei ergibt sich für α' die Darstellung

$$(3) \quad (2\pi)^5 \cdot \alpha' = 9 \sqrt{2}.$$

Die numerische Rechnung der Beziehung (2) zeigt, daß der theoretische Wert der Elementarladung sehr gut im Meßbereich liegt und somit nicht vom empirischen Wert abweicht. Wird dagegen α' nach (3) gerechnet, dann ergibt sich

$$1/\alpha' = 137,03803013,$$

was aber außerhalb der Meßtoleranz von (1) liegt und demnach nicht vollständig der Wirklichkeit entsprechen kann. Dieser Sachverhalt geht wahrscheinlich auf $e_{\pm}^2 \sim \alpha'$ zurück; denn bei dieser Beziehung wird unterstellt, daß die Internstruktur eines freien Elektrons die gleiche bleibt, wenn dieses Elektron im s-Niveau der K-Schale eines H-Atoms gebunden wird. Nach unseren Untersuchungen müssen den Elementarkorpuskeln aber interne Strukturierungen zugesprochen werden, die bei Zustandsänderungen der Korpuskel keineswegs konstant zu bleiben brauchen. Auf diese Weise könnte sich das im s-Niveau befindliche Elektron geringfügig anders verhalten als nach der phänomenologischen Beziehung $e_{\pm}^2 \sim \alpha'$ zu erwarten wäre, was für (3) einen Korrekturfaktor erfordert, worauf später zurückgekommen werden soll.

Wesentlich ist hingegen das Bild, welches sich aus einer solchen nichtlinearen Strukturtheorie für die möglichen Elementarteilchen ergibt. Ganz allgemein erscheinen diese Korpuskeln im R_3 in vierfacher Weise strukturiert. Dies bedeutet, daß ein sehr dichter (praktisch undurchdringlicher) Zentralbereich von drei konzentrischen Strukturzonen mit nach außen abnehmender Dichte umgeben ist, wobei die externe, also

letzte Zone die Wechselwirkungsvorgänge vermittelt. Es gelang eine einheitliche Massenbeziehung der grundsätzlich möglichen Elementarteilchenmassen M zu entwickeln. Hier erscheint M als zahlentheoretische Funktion von zehn variablen Quantenzahlen

$$k, n, m, p, \sigma, P, Q, q, \mathcal{R}, N.$$

Die Quantenzahl k ist hier - wie später gezeigt wird - die entscheidende Quantenzahl, die praktisch die Lage im Massenspektrum angibt, aber nur die Werte $k = 1$ oder $k = 2$ annehmen kann. Diese Zahl kann in gewisser Hinsicht durch die aus empirischen Gründen eingeführte, aber um 1 erhöhte Barionenzahl interpretiert werden. Die vier Quantenzahlen n, m, p und σ sind sämtlich Zeitfunktionen (die vorerst noch unbekannt sind) und beschreiben die Besetzungen der bereits erwähnten vier Internzonen mit internen Strukturelementen derart, daß $\sqrt{n}$ auf den Zentralbereich und σ auf den externen Bereich bezieht, während m auf n folgt und p die Zone zwischen m und σ kennzeichnet. P kann im allgemeinen als verdoppelter Isospin interpretiert werden, während Q die verdoppelte Drehimpulsquantenzahl ist. In üblicher Weise gibt $P + 1$ die Zahl der Komponenten eines Isospinmultipletts an, während ungradzahlige Q Spinore aber gradzahlige Q Tensorterme kennzeichnen. q ist die Quantenzahl der elektrischen Ladung derart, daß q_1 die mit dem Ladungsvorzeichen versehene Ladungsquantenzahl der Multiplett Komponente ℓ mit $1 \leq \ell \leq P + 1$, also $q = \sum q_\ell$ ist. Nach unserer Auffassung sind die Isospinmultipletts $P + 1$ die Folge eines Isomorphismus bei der Abbildung in den R_3 . Dieses Bild bedingt aber die Einführung einer weiteren Quantenzahl $\mathcal{R}$, für welche im Allgemeinen $\mathcal{R} = 0$ gilt, während im Fall der Doublettstruktur $P = 1$ neben einem Doublett $\mathcal{R} = 0$ noch mindestens ein Doublett mit $\mathcal{R} = 1$ existieren muß, und zwar bezogen auf den jeweiligen Wert k . Eine konkrete Beschreibung von $\mathcal{R}$ wird weiter unten gegeben. Hier sollen die zehn Argumente von denen M abhängt nur kurz erklärt werden. Die letzte Quantenzahl N ist die Folge der positiven ganzen Zahlen $N \geq 0$, derart, daß $N = 0$ einen Grundzustand

der Raumstruktur darstellt, während die natürlichen Zahlen $N \geq 1$ mögliche Anregerstufen dieses Grundzustandes sind.

Unter Verwendung der in der Vorbemerkung angegebenen Naturkonstante μ ist für die einheitliche Massenbeziehung der Elementarteilchen

$$(4) \quad M = \mu ((G + S + F + \phi) \cdot \alpha_+ + 4 q \alpha_-) \dots$$

zu setzen. Die beiden Konstanten $\alpha_{\pm}$ sind dabei in der Form

$$(4a) \quad \eta^2 (1 + \alpha_+) = \eta (1 + \alpha_-) = \\ = \sqrt[6]{\eta} (1 - \sqrt[3]{\left(\frac{2(1 - \sqrt{\eta})}{\eta(1 + \sqrt{\eta})}\right)^2 \sqrt{2\eta}}),$$

durch (2a) und (2b) ausdrückbar. In (4) sind die Funktionen G , F , S und ϕ von den Quantenzahlen abhängige Kürzungen, für welche die folgenden Definitionen gelten.

$$(5a) \quad G = Q_n^2 \cdot (1 + Q_n)^2 N_1 + Q_m (2 Q_m^2 + 3 Q_m + 1) N_2 + \\ + Q_p (1 + Q_p) N_3 + 4 Q_\sigma$$

ferner

$$(5b) \quad S = n^2 (1 + n)^2 N_1 + m (2 m^2 + 3 m + 1) N_2 + \\ + p (p + 1) N_3 + 4 \sigma$$

sowie

$$(5c) \quad F = 2 n Q_n (1 + 3 (n + Q_n + n Q_n) + 2 (n^2 + Q_n^2)) N_1 + \\ + 6 m Q_m (1 + m + Q_m) N_2 + 2 p Q_p N_3 + \varphi(\sigma)$$

und

$$(5d) \quad \phi = P (-1)^{P+Q} (P + Q) N_5 + Q (P + 1) N_6$$

mit

$$(5e) \quad (2 + k + \mathcal{R} + \sigma + Q_\sigma) \varphi(\sigma) = \\ = \sigma^2 \frac{\sigma + Q_\sigma}{1 + \sigma^2} N_4 (-1)^{k(1+Q)} \frac{1 + \delta_{1,P}}{1 + P} \cdot U$$

mit

$$(5e_1) \quad U = \left[1 + (P - Q(1 + \mathcal{K} - k \mathcal{K})) (1 + 4 \mathcal{K} (1 - q)) \frac{\sigma + Q_\sigma}{P + 1} \right] \cdot \delta(N).$$

Hier ist $\delta_{1,P}$ das Einheitsselement, welches wegen $\delta_{i,k} = 0$ für $i \neq k$, aber $\delta_{i,k} = 1$ für $i = k$ nur bei Doppelblattstrukturen $P = 1$ von 0 verschieden ist. Das Symbol $\delta(N)$ ist ebenfalls als ein Einheitsselement aufzufassen; denn es gelte die Definition

$$(5e_2) \quad \delta(N > 0) = 0, \quad \delta(0) = 1,$$

so daß nur für die Grundzustände $N = 0$ die Funktion $\varphi \neq 0$ werden kann, während für alle Anregungen $N > 0$ stets $\varphi = 0$ bleibt. In diesem System (5a) bis (5e) erscheinen weitere Funktionen Q_n , Q_m , Q_p und Q_σ , die allein von k bestimmt werden. Für diese vier Funktionen ist

$$(6a)^\# \quad Q_n = (2k - (-1)^k) 2^{k^2-1}$$

ferner

$$(6b)^\# \quad Q_m = 2^{k^2+1} - 1$$

sowie

$$(6c)^\# \quad Q_p = 2^{k^2+1} + 2(-1)^k$$

und

$$(6d)^\# \quad Q_\sigma = 2^{k^2} - 1$$

zu setzen. Schließlich hängen die Funktionen N_1 bis N_6 nur von k und der elektrischen Ladungsquantenzahl q ab. Mit den weiteren Kürzungen in Analogie zu (2a) und (2b), nämlich

$$(7a)^\# \quad \eta_{q,k} = \sqrt[4]{q^4 (4+k) + \pi^4} = \pi$$

und

$$(7b)^\# \quad \mathcal{V}_{q,k} = 5 \eta_{q,k} + 2 \sqrt{\eta_{q,k}} + 1$$

also $\eta_{1,0} = \eta$ und $\mathfrak{z}_{1,0} = \mathfrak{z}$ gilt für diese Funktionen

$$(8a)^{\#} \quad 2 N_1 = 1 + \sqrt{\eta_{q,k}}$$

$$(8b)^{\#} \quad 3 \eta_{q,k} N_2 = 2$$

$$(8c)^{\#} \quad \ln(N_3 - k/2) = (k-1) \left(1 - \pi \frac{1 - \eta_{q,k}}{1 + \sqrt{\eta_{q,1}}} (1 - \frac{\eta_{q,1}}{\mathfrak{z}_{q,1}} (1 - \alpha_-/\alpha_+) (1 - \sqrt{\eta})^2) - \frac{\omega}{c u} (1 - \sqrt{\eta})^2 (2 \frac{c u^2}{\omega \mathfrak{z}} \frac{1 + \sqrt{\eta_{q,1}}}{1 - \eta} - 1) \right)$$

$$(8c_1) \quad u = 2 \pi e, \quad 3 \omega = 4 c$$

$$(8d)^{\#} \quad k N_4 = 4 (1 + q (k-1))$$

$$(8e)^{\#} \quad N_5 = A (1 + k (k-1) 2^{k^2} + 3 N(k) A \left(\frac{1 - \sqrt{\eta_{qk}}}{1 + \sqrt{\eta_{qk}}} \right)^2),$$

$$(8e_1) \quad \eta A = 8 (1 - \alpha_-/\alpha_+) (1 - \frac{c \eta}{\omega})$$

$$(8e_2) \quad N(k) = Q_n + Q_m + Q_p + Q_\sigma + k (-1)^k 2^{k^2-1}$$

$$(8f)^{\#} \quad u \mathfrak{z} N_6 = 4 k (\sqrt{k} (k^2 - 1) \frac{N(k)}{\sqrt{\eta_{1,k}}} + (q - (1-q) \frac{N'(k)}{Q_n \sqrt{\eta_{1,k}}} + (-1)^{k+1} \eta (1 - \alpha_-/\alpha_+) (4 \frac{1 - \sqrt{\eta}}{1 + \sqrt{\eta}})^2 Q_\sigma$$

$$(8f_1) \quad N'(k) = Q_n + Q_m + Q_p + Q_\sigma - 2k - 1,$$

wobei e (ohne Indizierung) die Basis natürlicher Logarithmen ist.

Die Besetzungen n, m, p, σ der vier Strukturzonen können

offensichtlich nicht jeden beliebigen Wert annehmen; denn es gibt auf jeden Fall untere Schranken, weil in (4) die Bedingung $F + G + S + \phi = 0$ mit $q = 0$ und $P = Q = 0$ den leeren Raum mit $M = 0$ kennzeichnet. Diese Bedingung kann aber nur durch die Besetzungen erfüllt werden, wenn diese Ziffern die mit negativen Vorzeichen versehenen Größen aus (6a) bis (6d) erreichen. Es gibt jedoch auch obere Schranken L , bei deren Erreichung die Besetzung einer Zone x verschwindet und die vorangegangene Zonenbesetzung nächsthöherer Ordnung um den Wert 1 als Zahl erhöht. Mit dem Symbol $L_{(x)}$ ($x = 1$) für diese Schranken und $M_0 = M$ ($N=0$) eines Grundzustandes gilt dann für die Grenzen der Strukturzonenbesetzungen

$$(9a) \quad -Q_n \leq n \leq L_{(n)} = \sqrt[3]{\frac{M_0}{2\mu\alpha_1 N_1}} - Q_n;$$

denn im Fall des Zentralbereiches gibt es keine vorangehende Bezugsbesetzung. Gilt für diesen Bereich $n \leq L_{(n)}$, dann gilt für die Zahlenfolge m die Begrenzung

$$(9b) \quad -Q_m \leq m \leq L_{(m)}(n)$$

mit

$$(9b_1) \quad 2(Q_m + L_{(m)}(n))^3 + 3(Q_m + L_{(m)}(n))^2 + Q_m + L_{(m)}(n) = 4 \frac{N_1}{N_2} (n + Q_n)^3.$$

In entsprechender Weise gilt

$$(9c) \quad 2L_{(p)}(m) = \sqrt{\frac{N_2}{24 N_3} (m + Q_m)^2 + 1} - 2Q_p - 1,$$

$$-Q_p \leq p \leq L_{(p)}(m).$$

$$(9d) \quad 2L_{(\sigma)}(p) = N_3 (p + Q_p) - 2Q_\sigma,$$

$$-Q_\sigma \leq \sigma \leq L_{(\sigma)}(p).$$

Mit den Beziehungen (4) bis (9d) werden zwar die Grundzustände $N = 0$ beschrieben, doch ist keineswegs jede Zahlenkombination $k, n, m, p, \sigma, P, Q, q, \mathcal{K}$ zur Beschreibung einer Masse M zulässig. Vielmehr existieren Auswahlregeln, durch welche die Gesamtheit möglicher Zahlenkombinationen sehr stark eingeschränkt wird. Zunächst kann k nur die Werte 1 oder 2

annehmen. Auch ist zu berücksichtigen, daß es zu jeder Elementarstruktur des R_4 (bezeichnet als R_4^+ - Struktur) eine spiegelsymmetrische Antistruktur (R_4^-) gibt, was zweckmäßig durch den Faktor $\epsilon = \pm 1$ für die $R_4^\pm$ - Strukturen zum Ausdruck gebracht wird. Es gilt also

$$(10) \quad k = 1, k = 2, \epsilon(R_4^\pm) = \pm 1$$

und damit kann eine Auswahlregel angegeben werden, welche die n, m, p, σ durch die Quantenzahlen $k, P, Q, \mathcal{L}, q$ und N ausdrückt. Diese Auswahlregel lautet

$$(11) \quad (n + Q_n)^3 \alpha_1 + (m + Q_m)^2 \alpha_2 + (p + Q_p) \alpha_3 + \\ + \exp \left[- \frac{2k-1}{3 Q_\sigma} (\sigma + Q_\sigma) \right] = W_{N=0} (1 + f(N)),$$

worin zur Kürzung die neuen Koeffizienten

$$(11a) \quad \alpha_1 = N_1, \quad 2 \alpha_2 = 3 N_2, \quad 2 \alpha_3 = N_3$$

eingeführt wurden. $f \geq 0$ für $N \geq 0$ ist die Anregersfunktion, während für den vom Anregungszustand unabhängigen Faktor

$$(11b)^\# \quad W_{N=0} = A e^x (1 - \eta)^L + (P - Q) (1 - \binom{P}{2}) (1 - \binom{Q}{2}) (1 - \sqrt{\eta})^2 \sqrt{2}$$

gilt. Hierin ist

$$(12a)^\# \quad (2 - k + 8 H (k - 1)) A = 8 g H$$

mit

$$(12b)^\# \quad H = Q_n + Q_m + Q_p + Q_\sigma$$

$$(12c) \quad g = Q_n^3 + Q_m^2 + \frac{Q_p}{k} e^{k-1} + \exp \left[- \frac{2k-1}{3} \right] - \\ - H (k - 1), \quad L = (1 - \eta) Q (2 - k).$$

Ferner gilt

$$(13a) \quad x = (1 - Q - \binom{P}{2}) (2 - k) + \frac{1}{4B} (a_1 + \\ + \frac{k^3}{4H} (a_2 + \frac{a_3}{4B})).$$

Hierin gilt

$$(13b)^{\#} \quad k^2 (2k - 1) B = 3H,$$

während für die drei Parameter a_1 , a_2 und a_3 kombinatorische Beziehungen gelten, für welche

$$(13c)^{\#} \quad a_1 = 1 + B + k(Q^2 + 1) \binom{Q}{3} - \\ - \mathcal{K}((B-1)(2-k) - 3(H - 2(1+q))(P-Q) + 1) - \\ - (1 - \mathcal{K}) \left(3(2-q) \binom{P}{2} - \right. \\ - Q(3(P+Q) + q)(2-k) + (k(P+1) \binom{P}{2} + \\ + (1 + B/k(k+P-Q))(1 - \binom{P}{2})(1 - \binom{Q}{3})) - \\ \left. - q(1-q) \binom{Q}{3} (k-1) \right)$$

sowie

$$(13d)^{\#} \quad a_2 = B(1 - \binom{Q}{3})(1 - \binom{P}{3}) + 6/k - \mathcal{K}(Q/2(B-7k) - \\ - (3q-1)(k-1) + 1/2(P-Q)(4 + (B+1)(1-q))) - \\ - (1 - \mathcal{K}) \left[(P(B/2 + 2 + q) - Q(B/2 + \right. \\ + 1 - 4(1+4q)))(2-k) + (1/4(B-2)(1 + \\ + 3/2(P-Q)) - B/2(1-q) - \binom{P}{2}((1/2(B+q) - \\ - \varepsilon q_{\mathcal{K}}) + 3\varepsilon q_{\mathcal{K}})(2 - \varepsilon q_{\mathcal{K}}) - 1/4(B+2)(1 - \\ - q))) (1 - \binom{Q}{3})(k-1) - \binom{P}{3}(2(1 + \varepsilon q_{\mathcal{K}}) + \\ + 1/2(2-q)(3(1-q) + \varepsilon q_{\mathcal{K}}) - q) - \\ \left. - q/4(1-q)(B-4) - 1/4(B-2) + B/2(1-q)) \right]$$

und

$$(13e)^{\#} \quad a_3 = 4B \frac{y}{1+y} - (B+4)^{-1}$$

mit

$$(13e_1) \quad 2By = \mathcal{K} \left(\frac{\sqrt{\eta}}{k} (4(2 - \sqrt{\eta}) - \pi e(1-\eta)\sqrt{\eta}) \cdot \right. \\ \cdot (k + e\sqrt{\eta}(k-1)) + \frac{5(1-q)}{2k+(-1)^k} (4B + P + Q)) + \\ + (1 - \mathcal{K}) \left[(P-1)(P-2) \left(\frac{2}{k^2} (H+2) + \frac{2-k}{2\pi} \right) + \right. \\ \left. + \binom{P}{2} (1 - \binom{Q}{3}) (qB/2 + (B+2)(P-Q)) + \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ P (P + 2) B + (P + 1)^2 - q(1 + \varepsilon q_{\chi}) (k (P^2 + \right. \\
 & + 1) (B + 2) + 1/4 (P^2 + P + 1)) - q (1 - \varepsilon q_{\chi}) \cdot \\
 & \cdot (B + P^2 + 1) \left. \right\} \cdot (k - 1) + ((P - Q) (H + 2) + \\
 & + P (5 B (1 + q) - Q + k (k - 1) (k (P + Q)^2 (H + \\
 & + 3 k + 1) (1 - q) - 1/2 (B + 6 k)))) (1 - \binom{P}{2}) \cdot \\
 & \cdot (1 - \binom{Q}{3}) + \binom{P}{3} (2 - q) Q (\varepsilon q_{\chi} (B + 2 Q + 1) + \\
 & + \frac{q}{2k} (1 - \varepsilon q_{\chi}) (2 k + 1) + (1 - q)(Q^2 + 1 + 2B))]
 \end{aligned}$$

Für die Anregersfunktion f aus (11) erhielten wir den Ausdruck

$$(14) \quad f(N) = \frac{a N}{N+1} + b N$$

mit den Substitutionen

$$\begin{aligned}
 (14a) \quad T a \eta_{qk}^2 \sqrt{\eta_{qk}} &= \frac{P^2}{k\omega} (\omega - k (\omega - c)) + (k - 1) \cdot \\
 &\cdot (\pi/4 \binom{P}{3} - \eta_{1,1} \binom{P}{2})
 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 (14a_1) \quad \frac{T-1}{\mathcal{X}} &= 4 \alpha \cdot \frac{B + k + 1}{1 - \alpha^2} \cdot \frac{1 - 5\alpha^2}{1 - 5\alpha^2} - 2 \left(\frac{3}{4} \frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \cdot \\
 &\cdot q (\pi/2 - 1 - \alpha^2 \frac{\pi e(1+\sqrt{\eta})}{2\sqrt{1-6\alpha^2}})
 \end{aligned}$$

sowie

$$\begin{aligned}
 (14b) \quad 2 (b + C) \eta_{qk}^2 \sqrt{\eta_{qk}} &= \alpha \sqrt[3]{8} (P^2 + 1) \cdot \\
 &\cdot (1/2 (1 + \sqrt{\eta}) (1 + \eta_{1,1} \eta_{1,2} c/\omega \binom{P}{3} (k-1)) + \\
 &+ (k - 1) (\sqrt[3]{\eta_{1,2}} - 8 \binom{P}{2} (P^2 + 1)^{-1}))
 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 (14b_1) \quad C &= \pi (1 - \sqrt{\eta})^2 \left[1 + \sqrt{\pi} (k - 1) + \frac{P}{k^2} (3/e + \right. \\
 &+ q (8 + \eta_{qk}) + \frac{4\pi e}{\sqrt{\eta}} (1 - \mathcal{X}) (1 - q \frac{3}{5} \frac{\pi \eta}{e \eta_{qk}}) -
 \end{aligned}$$

$$- 2 (K - 1) \binom{P}{2} (3 - P) (2 e (\eta + \eta_{qk}) + \\ + \frac{\pi e}{3 \sqrt{\eta}} \epsilon q_k) + \frac{8 \pi e}{\sqrt{\eta}} \chi (K-1) \left(\frac{e}{\sqrt{\eta}} - \frac{a}{\sqrt{e}} \right) \Big] ,$$

jedoch sind diese Beziehungen vorerst noch nicht ganz gesichert.* Anregungen können sich auch in einer Änderung des Drehimpulses äußern. Da Q die doppelte Drehimpulsquantenzahl ist, könnte sich Q ($N = 0$) additiv um gerade Zahlen $2z$ mit der ganzzahligen Funktion $z(N)$ ändern, so daß

$$(14c) \quad Q(N) = Q(N = 0) + 2z(N)$$

zu setzen ist. Hierin ist jedoch die ganzzahlige Beziehung $z(N)$ noch völlig unbekannt. Schließlich bedeutet Anregung stets eine Erhöhung des Energieinhaltes, die nach dem Energie-materieäquivalent immer einen Massenanstieg zur Folge haben muß. Wenn also der Grundzustand M_0 eines Quantenzahlen-satzes vorgegeben ist, dann muß das zu M_0 gegebene Spektrum der Anregungen in seinem Verlauf monoton steigen, d. h., es muß die Bedingung

$$(14d) \quad M(N_B) - M(N_A) > 0, \quad N_B > N_A$$

gelten. Liegen zwischen N_A und N_B noch Zustände $M(N_Y)$ mit $N_A < N_Y < N_B$, derart, daß für alle diese N_Y die Forderung (14d) in der Form $M(N_Y) - M(N_A) < 0$

trotz $N_Y > N_A$ nicht erfüllt ist, dann werden diese

$N_B - N_A - 1$ Zustände vom Energieprinzip ausgeschlossen,

so daß (14d) als eine Auswahlregel der N (bedingt durch das Energieprinzip) aufgefaßt werden kann. Schließlich ist

noch zu berücksichtigen, daß die σ -Besetzung des externen Bereiches eines Terms $M(N)$ wegen dieses externen Charakters eine zusätzliche Anregung erfahren kann. Sind die Zonen eines solchen Terms durch n_N , m_N , p_N und σ_N besetzt, und ist $L_{(\sigma)}(p_N)$ nach (9d) die Vollbesetzung des Externbereiches bezogen auf p_N , dann kann

* α ist hier die wahre Feinstrukturkonstante.

Ergänzung zu Seite 15.

Die linke Seite der Gleichung 14b₁ ist durch den Summanden

$$- 2 e \frac{\mathcal{R} q}{\eta^2} \cdot (2-k) \cdot (1 - \eta)^2$$

zu ergänzen.

Seibente Zeile von unten: 

Dieses Auswahlprinzip gilt jedoch nur für stufenweise Anregungen, doch bedeutet dies noch nicht, daß die der Gleichung 14 d nicht genügenden Terme keine Existenz haben. Es handelt sich bei ihnen vielmehr um Zustände, die ihr jeweiliges durch N gekennzeichnetes Niveau nur durch einen Anregungsprozeß des Grundzustandes erreichen können. Die gesamte durch N gekennzeichnete Energie kann also nur durch einen einzigen Prozeß (evtl. Resonanzvorgang) dem Grundzustand zugeführt werden. Das zu jedem Grundzustand gehörende Spektrum N kann demnach als Überlagerung von zwei Spektren aufgefaßt werden, nämlich dem Spektrum N möglicher stufenweiser Anregungen die 14 d genügen und dem Spektrum N von Termen, die nicht stufenweise, sondern nur durch einen einzigen energetischen Vorgang entstehen können.

$$(14e) \quad K_B = L_{(\sigma)} (p_N) - \sigma_N \stackrel{?}{=} 0$$

eine von 0 verschiedene ganze Zahl sein, welche als Bandbreite die Zahl möglicher Externfeldanregungen eines Anregungszustandes $M(N)$ angibt, wobei N nach (14d) erlaubt sein muß. Wegen (5e₂) bestehen diese K_B wiederum aus diskreten Termen, welche ein äquidistantes Substrat zum jeweiligen Hauptterm $M(N)$ bilden. Der äquidistante Termabstand innerhalb dieser „Feinstruktur“ beträgt wegen $\delta(N) = 0$ für $N > 0$ nach (4) nur $4 \mu \alpha_+$, was 9,28718 Elektronenkilovolt entspricht.

Aus physikalischen Gründen ist die Massendivergenz $M(N) \rightarrow \infty$, und damit auch $N \rightarrow \infty$ auszuschließen. Wenn aber $N < \infty$ bleibt, dann muß es eine obere Schranke $L(N) < \infty$ der Anregung geben, sodaß

$$(15) \quad 0 \leq N \leq L(N) < \infty$$

den Definitionsbereich der Folge N positiver ganzer Zahlen präzisiert. Hier kann $L(N)$ nur in (11) eine Maximalbesetzung aller vier Strukturzonen kennzeichnen. In (9a) beschreibt $L_{(n)}$ eine solche Maximalbesetzung des Zentralbereiches, wenn der Grundzustand M_0 vorgegeben ist. Wird nun $L_{(m)}(n)$ auf $L_{(n)}$ bezogen, dann gelte $L_{(m)}(L_{(n)}) = L_{(m)}$ und entsprechend $L_{(p)}(L_{(m)}) = L_{(p)}$ oder $L_{(\sigma)}(L_{(p)}) = L_{(\sigma)}$.

Werden diese Maximalbesetzungen anstelle von n, m, p, σ in (11) eingesetzt, dann kann nur $N = L(N)$ diese obere Schranke (15) sein. Die Bestimmungsgleichung der Anregergrenze ist demnach gegeben durch

$$(15a) \quad (Q_n + L_{(n)})^{\alpha_1} + (Q_m + L_{(m)})^{\alpha_2} + (Q_p + L_{(p)})^{\alpha_3} + \exp \left[- \frac{2k-1}{3Q_\sigma} (Q_\sigma + L_{(\sigma)}) \right] = \\ = W_{N=0} \left(1 + \frac{a L(N)}{1 + L(N)} + b L(N) \right).$$

Korrektur zu Seite 16:

Der Nebensatz auf Seite 16 Zeile 4 von oben

....., wobei N nach (14d) erlaubt sein muß'' entfällt.

Stattdessen auf Zeile 5 von oben :

Ergibt sich $K_B = 0$, dann besteht keine Möglichkeit einer externen Anregung. Desgleichen ist im Fall $K_B < 0$ diese Möglichkeit nicht gegeben; denn in diesem Fall würde der Term vor seinem Zerfall zunächst durch eine Emission das tiefste Niveau $K_B < 0$ anstreben. Nur im Fall $K_B > 0$ der Beziehung 14 e liegt die Möglichkeit einer externen Anregung vor.

Fehlt im Folgenden bei Q die Angabe $Q(N)$, dann bezieht sich Q stets auf $N = 0$. Wenn nun für einen Grundzustand die Quantenzahlen k, P, Q, κ und q_σ sowie seine Anregung N vorgegeben sind, und wenn darüberhinaus $\varepsilon = \pm 1$ oder $\varepsilon = -1$ festliegt, dann kann mit (11a) bis (14b₁) der numerische Wert der rechten Seite von (11), nämlich $W_{N=0}(1+\varepsilon) = w$ ermittelt werden. Wegen (9a) bis (9d) und (11) können aus w nunmehr n, m, p und σ nach einem Exhaustionsverfahren bestimmt werden. $K \geq 1$ sei die Folge natürlicher Zahlen. Man bildet zunächst $w - K^2 \alpha_1 \geq 0$ und läßt K solange steigen, bis bei $K = K_n$ das Vorzeichen wechselt. Dann wird K_n um 1 vermindert, was zu $w - (K_n - 1)^2 \alpha_1 = w_1$ führt. Dieses Verfahren wird mit w_1 in der Form $w_1 - K^2 \alpha_2 \geq 0$ wiederholt. Bei $K = K_m$ wechselt das Vorzeichen, was die Bildung von $w_1 - (K_m - 1)^2 \alpha_2 = w_2 \geq 0$ gestattet. In völliger Analogie liefert dann der lineare Anteil $w_2 - K \alpha_3 \geq 0$ die Beziehung $w_2 - (K_p - 1) \alpha_3 = w_3 \geq 0$. Mit der Kürzung $3 \beta Q_\sigma = 2k - 1$ kann nunmehr $w_3 - e^{-\beta K} \leq 0$ gebildet werden, was mit ansteigendem K wächst, bis bei $K = K_\sigma$ das Vorzeichen positiv wird, wonach K_σ auch um den Wert 1 zurückgenommen wird. Aus den nunmehr bekannten Grenzen K_n bis K_σ sind nun n, m, p, σ nach

$$(16a) \quad n = K_n - 1 - Q_n$$

$$(16b) \quad m = K_m - 1 - Q_m$$

$$(16c) \quad p = K_p - 1 - Q_p$$

$$(16d) \quad \sigma = K_\sigma - 1 - Q_\sigma$$

zu errechnen. Die hierdurch ergänzten Quantenzahlen reichen zur Errechnung der betreffenden Masse nach (4) bis (8f) aus.

Es gibt eine zahlentheoretische Funktion $C(k, P, Q, \kappa)$, die von und als Konfigurationstransfer bezeichnet wurde, weil sie die Wandlung interner Strukturelemente in das Erscheinungsbild des elektrischen Ladungsfeldes vermittelt und bei Reaktionen der Elementarstrukturen untereinander erhalten bleibt. Für C gilt

$$(17) \quad \kappa (1 + \kappa) C = 2 (P \epsilon_P + Q \epsilon_Q) (\kappa - 1 + \kappa),$$

worin

$$(17a) \quad \epsilon_P = \epsilon \cos \pi Q \left(\kappa + \left(\frac{P}{2} \right) \right)$$

und

$$(17b) \quad \epsilon_Q = \epsilon \cos \pi Q \left(Q + \left(\frac{P}{2} \right) \right)$$

zur Kürzung eingeführt wurde. Mit dieser Funktion können nun die Quantenzahlen q_Q des Ladungsfeldes der jeweiligen Multiplettkomponente auf k, P, Q und κ zurückgeführt werden. Für diese mit dem Ladungsvorzeichen versehenen Ladungsquantenzahlen gilt die Darstellung

$$(18) \quad 2 q_Q = (P + 2 - 2\kappa)(1 - \kappa Q (2 - k)) + \\ + C + \epsilon (k - 1 - (1 + \kappa) Q (2 - k)),$$

womit die Gesamtheit aller Elementarstrukturen auf die Fundamentalquantenzahlen k, P, Q, κ reduziert wurde. Die Beziehungen 17 und 18 sind von der Entscheidung $\epsilon = \pm 1$ aus (10) abhängig zur Vermeidung der Zweideutigkeit (insbesondere bei Tabulierungen) erschien es uns sinnvoll, C und q_Q mit dem Faktor ϵ in der Form ϵC und ϵq_Q anzugeben, wodurch das Vorzeichen eindeutig wird. Auch hängen diese Größen nicht mehr von der Zweideutigkeit der R_4^+ -Strukturen ab. So tritt beispielsweise im ganzen System (14) bis (15) die Größe q_Q stets als ϵq_Q auf, woraus folgt, daß die Masse irgendeiner elementaren R_4^+ -Struktur mit derjenigen der Antistruktur identisch ist. Neben dieser Darstellung elementarer Ladungsfelder existiert noch eine Summationsregel der Ladungskomponenten aller Multipletts x_Y für einen k -Wert.

Besteht ein Multiplett $x_\gamma (k, P, Q, \mathcal{R})$ aus $1 \leq \lambda \leq P_\gamma + 1$ Komponenten, dann gilt für die Summe aller Ladungsquantenzahlen der für k möglichen x_γ also

$$(19) \quad S_k = \epsilon \sum_{\gamma} \sum_{\lambda=1}^{1+P_\gamma} q_\lambda^{(\gamma)}$$

die einfache Beziehung

$$(19a) \quad S_k = (-1)^k,$$

mit deren Hilfe untersucht werden kann, ob von den theoretisch möglichen Multiplettstrukturen x_γ für k einzelne Multipletts ausgeschlossen werden müssen.

Zwar wurden die variablen Quantenzahlen der einheitlichen Massenbeziehung (4) auf die Fundamentalzahlen $(k, P, Q, \mathcal{R})$ reduziert, doch können diese Quantenzahlen auch nicht durch beliebige Zahlenquadrupel dargestellt werden. Für k gibt es nach (10) nur $k = 1$ und $k = 2$, doch bestimmt der k -Wert die für ihn möglichen Multiplettstrukturen x_γ durch das ganzzahlige Isospinintervall

$$(20a) \quad 0 \leq P \leq 2k.$$

Hier wird wiederum durch P mit dem Einheitselement $\mathcal{R} = 0$ oder $\mathcal{R} = 1$ festgelegt, wobei es im Fall des Doublets; $1 \leq \lambda \leq \lambda_k$ Möglichkeiten

$$(20b) \quad \mathcal{R}(\lambda) = (1 - \delta_{1,\lambda}) \delta_{1,P}$$

gibt, deren Begrenzung λ_k wiederum gemäß

$$(20b_1) \quad 1 \leq \lambda \leq \lambda_k = k + 1 - (-1)^k$$

allein von k bestimmt wird. Auch die Drehimpulsquantenzahl ist gemäß $Q = k - 1$ für die in k möglichen P durch k festgelegt, doch kann es innerhalb des Intervalls (20a) der möglichen x_γ Isospine P geben, bei denen Q um $\Delta Q = k$

additiv auf $\underline{Q} = Q + \Delta \quad Q = 2k - 1$ erhöht ist.
 Von den möglichen von k festgelegten Drehimpulsen

$$(20c) \quad Q = k - 1, \quad \underline{Q}(\underline{P}) = 2k - 1$$

sind die $\underline{Q}$ den Isospinen $\underline{P}$ zugeordnet, welche durch die Lösungen der quadratischen Gleichung

$$\underline{P}^2 - \underline{P}(k+1) + 5k = 2(k^2 + 1)$$

also

$$(20d) \quad \underline{P}_{(1)} = 2 - k, \quad \underline{P}_{(2)} = 2k - 1$$

allein wiederum durch k festliegt. Wegen (20a) bis (20d) gehen also auch die fundamentalen Quantenzahlen und damit alle Quantenzahlen des einheitlichen Massenspektrums auf die beiden möglichen k -Werte (10) zurück.

Die Gesamtheit der Beziehungen (4) bis (20d) bilden drei ineinander verschränkte Systeme. (17) bis (20d) gestattet eine Ermittlung der möglichen Multiplettstrukturen x_γ aus Grundzuständen, die durch die Quantenzahlen $k, P, Q, \mathcal{K}, q_2$ mit der Eigenschaft C beschrieben werden, und zwar durch k allein. Mit (9a) bis (16d) können wiederum n, m, p, σ für $N = 0$, aber auch n_N bis σ_N des Anregerspektrums zu dem betreffenden Grundzustand numerisch ermittelt werden, während (4) bis (8f) schließlich das Massenspektrum explizit liefert.

Zunächst sollen die möglichen $x_\gamma(k, P, Q, \mathcal{K})$ für die k aus (20a) bis (20d) ermittelt werden. Da die Quantenzahlen $k, P, Q, \mathcal{K}$ grundsätzlich einstellige ganze Zahlen sind, werden bei ihrer Angabe die Komata fortgelassen. Für $k = 1$ gibt es wegen $2k = 2$ neben Singulett $P = 0$ und Doublett $P = 1$ das Triplett $P = 2$. Im allgemeinen handelt es sich wegen $Q = k - 1 = 0$ um Skalarterme, doch sind auch Spinortermine $\underline{Q} = 2k - 1 = 1$ bei $\underline{P}_{(1)} = 2 - k = 1$ und $\underline{P}_{(2)} = 2k - 1 = 1$, also als Doublettstrukturen möglich. Auf jeden Fall existiert ein Singulett $x_1(1000)$.

Wegen $\lambda_1 = k + 1 - (-1)^k = 3$ existieren drei Doubletts $\mathcal{R}(1) = 0$ und $\mathcal{R}(2) = \mathcal{R}(3) = 1$, von denen zwei Spinordoubletts sind, während eines ein Skalar-doublett sein muß. Da diese drei Doublettstrukturen aber voneinander verschieden sein müssen, kann $\mathcal{R} = 0$ auf keinen Fall dem Skalar-doublett zugeordnet sein. Die einzige mögliche Form dieser drei Doublettstrukturen ist dann $x_2(1104)$ sowie $x_3(1110)$ und $x_4(1111)$. Darüberhinaus muß es noch ein Triplet $x_5(1200)$ geben, womit die Möglichkeiten für $k = 1$ erschöpft sind.

Im Falle $k = 2$ gibt es wegen $2k = 4$ über das Triplet hinaus noch die Möglichkeit des Quartetts $P = 3$ und des Quintetts $P = 4$. Die Terme sind wegen $Q = k - 1 = 1$ sämtlich Spinore, für welche $\underline{Q} = 2k - 1 = 3$ beim Singulett $\underline{P}_{(1)} = 2 - k = 0$ und beim Quartett $\underline{P}_{(2)} = 2k - 1 = 3$

liegt. Mithin gibt es die beiden Singulettstrukturen $x_6(2030)$ und $x_7(2010)$. Im Fall der Doublettstrukturen muß es für $k = 2$ wegen $\lambda_2 = k + 1 - (-1)^k = 2$ die beiden Formen $\mathcal{R}(1) = 0$ und $\mathcal{R}(2) = 1$, also $x_8(2110)$ und $x_9(2111)$ geben. Für das Triplet wäre $x_{10}(2210)$ zu setzen, während für die beiden Quartettstrukturen $x_{11}(2330)$ und $x_{12}(2310)$ zu setzen ist. Schließlich gibt es für das Quintett nur noch die Möglichkeit $x_{13}(2410)$. Weitere Multi-pletts kann es aber nach (20a) bis (20d) für $k = 2$ nicht mehr geben. Mithin beschreiben die $x_\gamma(k P Q \mathcal{R})$ mit $1 \leq \gamma \leq 13$ die grundsätzlich möglichen Multipletstrukturen der Grundzustände.

Aus diesen Zahlenquadrupeln der möglichen x_γ können nun die ϵ_C nach (17) bis (17b) und die ϵ_{q_k} nach (18) numerisch bestimmt werden. Mit der Schreibweise $(\epsilon_C) x_\gamma (\epsilon_{q_1} \dots \epsilon_{q_{P+1}})$ ergibt sich das folgende Schema

(0) $x_1(0)$, (1) $x_2(1,0)$, (0) $x_3(0,-1)$, (0) $x_4(-1)$,
(0) $x_5(1,0,-1)$ für $k = 1$, sowie

$(-3) x_6 (-1), (-1) x_7 (0), (0) x_8 (1,0), (-2) x_9 (0,-1),$
 $(-1) x_{10} (1,0,-1), (0) x_{11} (2,1,0,-1), (-2) x_{12} (1,0,-1,-2),$
 $(3) x_{13} (4,3,2,1,0)$ für $k = 2$.

Nunmehr können nach (19) die εq_p für die k summiert werden, was für $k = 1$, also $1 \leq \gamma \leq 5$ die Summe $S_1 = -1$ in Übereinstimmung mit $(-1)^k = -1$ nach (19a) steht. Für $k = 2$, also $6 \leq \gamma \leq 13$ ergibt sich dagegen $S_2 = 9$, was einen Widerspruch zu (19a), also $(-1)^k = +1$ bildet, woraus folgt, daß mindestens ein Multiplett für $k = 2$ ausgeschlossen werden muß.

Werden die Schemata $x_\gamma (k P Q \mathcal{Q})$ und $(\varepsilon C) x_\gamma (\varepsilon q_1 \dots \varepsilon q_{p+1})$ zusammengestellt und mit den vermessenen Quantenzahlen der empirisch bekannten stabilen bzw. nahezu stabilen Elementarteilchen verglichen, dann erscheint zunächst eine Interpretation von C als die aus empirischen Gründen eingeführte Seltsamkeitsquantenzahl gegeben. Weiter ergeben sich aus einem derartigen Vergleich - wenn die Antiteilchen durch Überstreichung und Einklammerung gekennzeichnet werden - die folgenden Interpretationen:
 $x_1 \equiv \eta (\bar{\eta})$ sowie $x_2 \equiv K^+, K^0 (\bar{K}^-, \bar{K}^0)$ und
 $x_5 \equiv \pi^+, \pi^0 (\bar{\pi}^-, \bar{\pi}^0)$ eindeutig. x_3 und das wegen $k = \mathcal{Q} = Q = 1$ als Pseudodoublett erscheinende x_4 müssen durch Elektron-

und μ - Meson interpretiert werden. Nun ist die Elektronenmasse wesentlich kleiner als die Masse einer jeden anderen Multiplettkomponente, so daß auch der W -Faktor in (11) für das Elektron wesentlich kleiner als für alle anderen Zustände sein muß. In $W_{N=0}$ tritt aber $(1 - \eta)^L$ mit $L = (1 - \mathcal{Q})$.
 $\mathcal{Q} (2-k)$ als Faktor auf. L ist aber nur für $k = Q = 1$ und $\mathcal{Q} = 0$ von Null verschieden, nämlich $L = 1$, während für alle anderen Zustände $L = 0$ ist. Dies bedeutet aber, daß nur im Fall $k = Q = 1$ und $\mathcal{Q} = 0$ in $W_{N=0}$ der Faktor

$1 - \eta \approx 0,01$ auftritt, der wegen $L = 0$ in allen anderen Fällen zu 1 wird. Die Bedingung $1 - \eta \approx 0,01$ und $L = 1$, also $k = Q = 1$ und $\mathcal{C} = 0$ ist aber nur bei x_3 erfüllt, so daß x_3 eine Struktur extrem niedriger Masse darstellt. Es kann demnach $x_3 = e^-, e_0 (\bar{e}^+, \bar{e}_0)$ als Elektron und das Pseudodoublet $x_4 = \mu^- (\bar{\mu}^+)$ als μ -Meson interpretiert werden. Diese Interpretationen fordern allerdings eine empirisch noch nicht aufgefundenes elektrisch neutrales Komplement e_0 zum Elektron, Durch e_0 entsteht unserer Auffassung nach kein Widerspruch zur Quantenelektrodynamik; denn die Gültigkeit dieser Quantenelektrodynamik setzt elektrische Elementarladungen $e_{\pm}$ nach (2) voraus, was aber bei e_0 nicht erfüllt ist. Auch wird sich voraussichtlich der Wirkungsquerschnitt von e_0 als derart gering erweisen, daß eine empirische Untersuchung eine ähnliche Problematik mitsich bringen wird, wie die Empirie der Neutrinos. Von $\gamma = 6$ bis $\gamma = 10$ werden die Interpretationen völlig eindeutig. Man erhält $x_6 = \Lambda^- (\bar{\Lambda}^+)$, $x_7 = \Lambda (\bar{\Lambda})$, $x_8 = p, n (\bar{p}, \bar{n})$, $x_9 = \Xi^-, \Xi^0 (\bar{\Xi}^+, \bar{\Xi}^0)$ und $x_{10} = \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^- (\bar{\Sigma}^-, \bar{\Sigma}^0, \bar{\Sigma}^+)$. Da diese Multiplettstrukturen tatsächlich existieren, kann sich die für $k = 2$ geforderte Ausschließung nach (19) und (19a) nur aus x_{11} bis x_{13} beziehen. Die einzige Möglichkeit, die zu $S_2 = +1$ führt, besteht aber im Ausschluß der Multipletts x_{12} und x_{13} , während x_{11} zugelassen werden muß. Von uns wurde x_{11} mit o bezeichnet, derart, daß $x_{11} = o^{++}, o^+, o^0, o^- (\bar{o}^{--}, \bar{o}^-, \bar{o}^0, \bar{o}^+)$ geschrieben wird. Aus diesen Identifikationen der zugelassenen 11 Multiplettstrukturen $N = 0$ folgt auch eine Interpretation von k ; denn alle empirisch als Mesonen bezeichneten Strukturen einschließlich des Elektrons und μ -Mesons sind in $k = 1$ und alle empirisch als Baryonen bezeichneten einschließlich der Nukleonen sind in $k = 2$ enthalten. Mithin

folgt, daß k um 1 vermindert mit der aus empirischen Gründen eingeführten Baryonenziffer identisch ist.

Die $1 \leq \gamma \leq 11$ Multipllettstrukturen $N = 0$ bestehen aus insgesamt 21 Komponenten, von denen jede als ein Elementarteilchen $\epsilon = +1$ darstellt. Hierzu existieren noch die 21 spiegelsymmetrischen Antistrukturen $\epsilon = -1$, doch hat $\epsilon = \pm 1$ wie schon erwähnt keinen Einfluß auf die Partikelmasse M ; so daß M für die 21 Elementarteilchen $N = 0$ ermittelt werden muß. Für diese Grundzustände sind also $k, P, Q, \mathcal{Q}, \epsilon q_2$ sowie ϵC (hinsichtlich M nicht relevant) bekannt. Dies gestattet aber nach (9a) bis (15a) eine Bestimmung von n, m, p, σ für $N = 0$ und aller n_N, m_N, p_N, σ_N der Anregungen. Für $N = 0$ sind die Quantenzahlen $k, n, m, p, \sigma, P, Q, \epsilon q_2, \epsilon C, \mathcal{Q}$ in Tabelle I* für diese 21 Grundzustände zusammengefaßt. Mit diesen Quantenzahlen und $N = 0$ können nunmehr mit (4) bis (8f) die Massen dieser 21 Grundzustände in 10^{-31} [kg] numerisch errechnet und mit dem Umrechnungsfaktor der Vorbemerkung in Elektronenmegavolt ausgedrückt werden. Eine Zusammenstellung der nach (4) auf diese Weise numerisch ermittelten theoretischen Massen wurden in Tabelle II* zusammengestellt, wobei sich in der letzten Spalte die und verfügbaren empirischen Vergleichsmassen¹⁰⁾ befinden. Aus dieser Tabelle II geht deutlich hervor, daß das System (4) bis (20d) in einheitlicher Form die statischen Eigenschaften der Elementarteilchen durchaus wiedergibt.

Auch eine Aussage über das Neutrino Phänomen ist nach unserer Auffassung möglich. Nimmt man an, daß im Zentralbereich einer Elementarstruktur eine euklidische Metrik herrscht, also keinerlei Strukturelement vorhanden ist, dann bedeutet dies $L_{(n)} = -Q_n$, was nach (9a) bedeutet, daß auch für die ponderable Masse $M_0 = 0$ gilt. Nach (9b) bis (9d) hat aber

$L_{(n)} = -Q_n$ unmittelbar $L_{(m)} = -Q_m$ sowie $L_{(p)} = -Q_p$ und

* s. Anhang A, S. 38

$L(\sigma) = -Q_\sigma$ zur Folge, und dies bedeutet, daß auch die übrigen Strukturzonen der euklidischen Metrik genügen. In (4) wäre in diesem Fall als Kriterium des von ponderabler Struktur leeren Raumes $n = -Q_n$, $m = -Q_m$, $p = -Q_p$ und $\sigma = -Q_\sigma$ zu setzen. In (4) wird dann zwar $G + F + S \leq 0$, doch bleibt $\phi \neq 0$ für $P > 0$ und $Q > 0$. Da andererseits die Existenz von $e_{\pm}$ aus (2) an eine minimale ponderable

Masse (Elektronenmasse) gebunden ist, muß im vorliegenden Fall in (4) auch $q = 0$ gesetzt werden. Trotzdem verbleibt wegen $\phi \neq 0$ eine Feldmasse $M_Y = \mu \phi \alpha_{\pm} \neq 0$, wenn P und Q von 0 verschieden sind. Diese Feldmasse kann nicht als eine ponderable Korpuskel interpretiert werden, und bildet offensichtlich nur eine Art "Spinpotenz", welche sozusagen als "Feldkatalyt" Reaktionen und Transmutationen der Elementarkorpuskeln ermöglicht. In ϕ ist nach (5d) stets

$(-1)^{P+Q} = \pm 1$ gegeben, so daß für gradzahlige $(P + Q)$ immer $M_Y > 0$, aber für ungradzahlige $(P + Q)$ diese $M_Y < 0$ wird. Feldmassen $M_Y > 0$ erfüllen aber alle Eigenschaften, die von Neutrinos gefordert werden müssen, während die $M_Y < 0$ einer anderen Interpretation bedürfen. Es gibt offensichtlich $1 \leq i \leq 5$ Neutrinoarten, die sich in Ihren Massen $M_Y > 0$

unterscheiden und durch die Quantenzahlentripel γ_i ($k P Q$) bestimmt werden. Da $(-1)^{P+Q} = +1$ sein muß, folgt für diese γ_i das Schema γ_1 (101), γ_2 (111), γ_3 (120) für $k = 1$ und γ_4 (211), γ_5 (233) für $k = 2$. Auch müssen die spiegelsymmetrischen Antineutrinos $\bar{\gamma}_i$ gleicher Feldmasse existieren. Aus $M_Y = \mu \phi \alpha_{\pm}$ wurden diese γ_i , $\bar{\gamma}_i$ errechnet und wegen der sehr geringen Massenwerte in Elektronenkilovolt ausgedrückt. Das Ergebnis dieser numerischen Kalkulation nach (4) wurde in Tabelle III zusammengestellt. Leider waren uns empirische Vergleichswerte nicht zugänglich, doch scheint eine Interpretation von γ_1 als β -Neutrino möglich, während das μ -Neutrino mit γ_2 oder γ_3 identisch sein kann. Unklar ist, ob die

baryonischen Neutrinos γ_4 und γ_5 tatsächlich existieren, oder ob es sich dabei nur um logische Möglichkeiten handelt, die in der Natur nicht verwirklicht sind.

Es bleibt noch übrig, die Spektren der Anregungen zu den Grundzuständen aus den Tabellen I bzw. II numerisch zu untersuchen. Den Ansatz hierzu liefern die zu (14) gehörenden Beziehungen, in denen jedoch einerseits die wahre Feinstrukturkonstante α und in (14d) die Funktion $z(N)$ andererseits auftritt. Zwar ist von z nur bekannt, daß es sich um positive ganze Zahlen handelt, doch kann auf Grund einer Kenntnis der Internstrukturierung der Elementarkorpuskeln eine auf diese Internstrukturierung zurückgehende Korrektur des fehlerhaften theoretischen Wertes α' aus (3) entwickelt werden). Hierbei ist zu berücksichtigen, daß das H-Atom durch die Wechselbeziehung von zwei Elementarladungen e_- des s-Elektrons und e_+ des p definiert ist, und daß die Wechselwirkung durch ein quantisiertes elektrostatisches Feld bedingt wird. Zwar ist dieses Feld externer Natur ($\eta, \mathcal{L}$ aus (2a) und (2b)), doch sind die internen Struktureigenschaften $k = 1$ des Elektrons und $k = 2$ des Protons durchaus relevant. Für α ergibt sich als Korrektur der Beziehung (3) eine Gleichung vierten Grades, nämlich

$$(21) \quad (2\pi)^5 \alpha \sqrt{1-\alpha^2} = 9 \mathcal{L} K_\alpha$$

mit der Internkorrektur

$$(21a) \quad K_\alpha = 1 - (1 + \eta_{2,2}) \left(\frac{1 - \sqrt{\eta}}{\eta_{1,1} (1 + \sqrt{\eta})} \right)^2,$$

von der jedoch nur die positiven Lösungen wegen $\alpha > 0$ verwendet werden dürfen. Für das reziproke Quadrat dieser Lösungen ergibt sich

$$(21b) \quad 2 \alpha_{(\pm)}^{-2} = D^2 (1 \pm \sqrt{4 - 4/D^2})$$

mit der Kürzung

$$(21b_1) \quad (2\pi)^5 = 9 \sqrt{2} K_\alpha D.$$

Mit (2a), (2b) und (7a) ergibt sich für die numerischen Werte dieser beiden Zweige $1/\alpha_{(+)} = 137,0360239$ und $1/\alpha_{(-)} = 1,00001407$. Der positive Zweig $\alpha_{(+)}$ deckt sich vollständig mit dem Meßwert (1), so daß für die wahre Feinstrukturkonstante

$$(21c) \quad \alpha = \alpha_{(+)}$$

gesetzt werden muß. $\alpha_{(-)} < 1$ liegt dagegen sehr nahe beim Wert 1 und müßte eine sehr starke Kopplung beschreiben. Eine physikalische Interpretation von $\alpha_{(-)}$ war uns bislang ebensowenig möglich, wie eine Beschreibung der Funktion $z(N)$ aus (14c). Da für die Anregungen $\delta(N) = 0$ nach (5e₂) ist und somit $\varphi(\sigma) = 0$ aus (5e) verschwindet, bleibt der Fehler bei der Bestimmung der Massen angeregter Zustände $M(N)$ unter 0,1 Elektronenmegavolt, wenn $Q(N) = Q$ mit $Z(N) = 0$ angenommen wird. Trotz der bestehenden Unsicherheit der Beziehungen (14) bis (14b₁) liefert die numerische Kalkulation über die Beziehungen (11) bis (13e₁) und (4) unter Berücksichtigung von (14d) ein Anregerspektrum für jeden Grundzustand (Tabelle I), dessen Grenzen durch (15a) und dessen Feinstruktur durch (14e) gegeben sind. In diese Anregerspektren passen alle uns verfügbar gewordenen¹⁰⁾ empirischen Massen der sehr kurzlebigen Resonanzen überaus gut hinein; doch gibt es nach (14d), (14e) und (15a) wesentlich mehr Anregerterme als Resonanzen empirisch gefunden wurden. Dies kann entweder daran liegen, daß es irgendeine noch unbekannte Auswahlregel für die N gibt, oder aber diese Auswahl wird vorgetäuscht, weil die betreffenden Terme vorläufig nicht meßtechnisch erfaßbar sind. ⊗

Ergänzung zu Seite 27 letzte Zeile :

Von uns wurden derartige Zustände $N > 0$ numerisch bestimmt und von der relativ großen Zahl möglicher Zustände diejenigen ausgewählt, welche offensichtlich die empirischen Resonanzmassen (nach CERN, Particle Properties 1974) richtig wiedergeben. Das Ergebnis dieser Arbeit wurde in Tabelle IV. für $k = 1$ und in den Tabellen V bis V b für $k = 2$ unter der approximativen Voraussetzung $z(N) = 0$ (Approximationsfehler unter 0,1 MeV) zusammengestellt. Die N -Angaben der dritten Spalte unterscheiden zwischen N und $\underline{N}$, wobei die Unterstreichung bedeutet, daß es sich um einen Term handelt, welcher der Beziehung (14d) nicht genügt. Die eingeklammerten Werte dieser dritten aber auch der vierten Spalte (K_B nach 14e) beziehen sich auf evtl. elektrisch geladene Komponenten. Für die Δ -Zustände wurde $q = 2$ verwendet. In der fünften Spalte schließlich wurden die theoretischen Massen in MeV angegeben, wie sie sich aus dem im vorangegangenen diskutierten Schema ergeben. Auch hier bezieht sich die Einklammerung auf elektrisch geladene Komponenten. Offensichtlich werden diese Resonanzzustände trotz des approximativen Charakters $z(N) = 0$ einigermaßen wiedergegeben. Nur bei ω (783) und η' (958) für $k = 1$, sowie N (1688) für $k = 2$ tritt die erwähnte Unsicherheit der Beziehungen 14 bis 14b₁ in Erscheinung.

Wie dem auch sei, die empirisch vermessenen Elementarstrukturen - ob es sich dabei um die stabilen, oder nahezu stabilen Grundzustände handelt oder um die kurzlebigen Resonanzen - werden von dem im vorangegangenen angegebenen System recht gut wiedergegeben, so daß eine gewisse von null verschiedene Wahrscheinlichkeit dafür besteht, daß das System (4) bis (20d) tatsächlich die statischen Eigenschaften der Elementarteilchen im allgemeinen richtig beschreibt. Wenn dies aber so ist, dann gehen alle Bestimmungsstücke letztlich auf $k = 1$ oder $k = 2$ zurück. Überspitzt könnte man sagen, daß dann die Gesamtheit aller Elementarstrukturen auf die einfache Tatsache $1 + 1 = 2$ zurückgeführt werden kann.

Auch die anomalen magnetischen Spinnmomente μ_x der Elementarteilchen x mit $Q > 0$ sind Auswirkungen ihrer Internstruktur. Ist $\mu_B(x)$ das externe Bohr'sche Magneton von x , dann kennzeichnet das Verhältnis V_x definiert durch

$V_x \mu_B(x) = \mu_x$ die Abweichung dieses magnetischen Spinnmomentes vom Bohr'schen Magneton. Es liegt uns zwar eine einheitliche Beziehung für diese V_x in Form einer Integralgleichung vor, doch konnten die V_x noch nicht explizit in einer einheitlichen Form angegeben werden. Ohne innere Konsistenz und völlig individuell war eine Angabe nur für das Elektron und μ -Meson einerseits, sowie für die Nukleonen p und n andererseits möglich. Aus diesem Grund sind die folgenden V_x -Angaben nur als vorläufig zu werten, Es gilt für das Elektron

$$(22a) \quad V_e = (1 + \sqrt{\eta}) \left(1 - \frac{4 \pi e^2}{3 \sqrt{\eta}} \frac{(1 - \sqrt{\eta})^2}{1 + 2 \sqrt{\eta_{1,1}/\eta}} \right) \sqrt{2/\eta},$$

für das μ -Meson

$$(22b) \quad V_\mu = V_e \left(1 + 4 \frac{(1 - \sqrt{\eta_{1,1}})^2}{3 \sqrt{\eta_{1,1}} \eta_{1,1}} \right)$$

Für das Proton

$$(22c) \quad \eta^3 V_p \sqrt{\eta/2} = (2\eta^3 + 1) \left(1 - \frac{2\pi \sqrt{\eta_{1,2}}}{3\eta} \left(\frac{\pi e}{\eta} (1-\sqrt{\eta})\right)^2\right)$$

und für das Neutron

$$(22d) \quad V_n = - \frac{e^2 \eta_{1,2}}{\eta_{1,2}} \left(1 + \frac{6\pi}{\eta} (1 - \sqrt{\eta_{1,2}})^2 (2 + \sqrt{\eta_{1,1}} + \sqrt{\eta_{1,2}})\right) \sqrt{2 V_e^2 + V_p^2}$$

Die numerischen Werte dieser Verhältnisse sind auch in diesem Fall mit den Meßwerten praktisch identisch; denn man erhält für die theoretischen Werte $V_e = 1,00115954$, ferner

$$V_\mu = 1,00116618, \text{ sowie } V_p = 1,52103263 \text{ und}$$

$$V_n = -1,91314792.$$

Neben einer expliziten Darstellung einer einheitlichen Beziehung der magnetischen Spinnmomente aller Elementarteilchen und ihrer Anregungen, für welche $Q > 0$ ist, muß noch $z(N)$ aus (14d) hergeleitet werden, um die Beschreibung vollständig zu machen. Erst dann kann das raumzeitliche Verhalten ponderabler Elementarstrukturen hinsichtlich ihrer zeitlichen Existenzintervalle untersucht werden. Diese Halbwertzeiten scheinen von den n, m, p, σ bestimmt zu werden. Zumindest wird dieser Eindruck von Tabelle I vermittelt. Erst nach einer Lösung dieses Problems kann der in der Vorbemerkung erwähnte Schritt a an den im Vorangegangenen knapp umrissenen Schritt b angeschlossen werden. Dies bedeutet, daß erst dann eine Untersuchung der Wirkungsquerschnitte und Wechselwirkungsvorgänge begonnen werden kann.

2.) Die makrokosmische Approximation.

Die im vorangegangenen Abschnitt 1) verwendeten Symbole $q, M, m, \sigma, \varphi, g, A, B, H$ und L erhalten im Folgenden eine andere Bedeutung.

Der makrokosmische Bereich ist dadurch gekennzeichnet, daß zum einen die mikrokosmischen atomaren Elemente der mittleren Masse m nicht mehr einzeln erscheinen, sondern sehr große aber endliche Zahlen von $1 \ll L < \infty$ solcher mittlerer atomarer Massen makrokosmische Kollektiven $M = L m$ im physischen reellen Raum R_3 bilden; und daß zum andern

die Distanzen r im R_3 wesentlich größer werden als die Wellenlängen der in 1) behandelten Elementarstrukturen. Es wird also das Korrespondenzprinzip wirksam, wonach die Quantenfelder in Feldkontinuen übergehen. Die einzelnen Massen M stehen über die r im R_3 nur noch durch die allgemeine Gravitation und elektromagnetische Wirkungen in physikalischen Zusammenhängen. Das Gravitationsfeld von M kann hier im kugelsymmetrischen Fall nach dem Newton'schen Gravitationsgesetz durch die asymptotische Skalarfunktion

$$(23) \quad \varphi_n = \gamma^2 M/r, \quad M = L m, \quad 1 \ll L < \infty$$

als Konsequenz der empirischen Kepler'schen Gesetze beschrieben werden. In bekannter Weise folgt aus (23) als Betrag der gravitativen Feldbeschleunigung

$$(23a) \quad g_n = - \gamma^2 M/r^2,$$

wodurch ein Attraktionsfeld $g < 0$ gekennzeichnet ist, welches sich für $r \rightarrow \infty$ dem Wert 0 nähert. Werden nun die einheitlichen nichtlinearen Feldgleichungen die zu (2) bis (22d) führten einer makrokosmischen Approximation unterworfen, dann ergibt sich zur Beschreibung der skalaren Feldfunktion $\varphi(r)$ im ungestörten Fall eine nichtlineare Differentialgleichung, deren Lösung durch

$$(24) \quad r \cdot q \cdot e^{-q} = \frac{\gamma^2 M}{2 c^2} (1 - r/\xi)^2$$

mit den Kürzungen

$$(24a) \quad q = 1 - \sqrt{1 - \varphi/c^2} \quad \text{und}$$

$$(24b) \quad \gamma^2 m' \xi = h^2$$

angegeben werden kann. Zunächst folgt unmittelbar $\varphi \rightarrow \varphi_n$ aus (23) für $r \ll \xi$ und $\varphi \ll c^2$, derart, daß φ/c^2 für alle höheren als 1. Potenzen vernachlässigt werden kann. Ebenso wie φ_n ist auch φ physikalisch interpretierbar als Quadrat der zirkulären Geschwindigkeit im Abstand r vom Gravitationszentrum, was $\varphi \geq 0$ fordert. Da die rechte Seite von (24) für alle r eine reelle Zahl ist, muß auch die linke Seite reell bleiben, was die obere Schranke $\varphi \leq c^2$ fordert, so daß für φ das Intervall

$$(24c) \quad 0 \leq \varphi \leq c^2$$

gilt. Die Beziehung (24b) hängt allein von der Mikrostruktur m der Gravitationsfeldquelle M ab und beeinflusst offenbar den Feldverlauf (24). φ ist offenbar nicht mehr asymptotisch, vielmehr gilt $\varphi = 0$ für $r = \xi$ und $\varphi \geq 0$ für $r \neq \xi$, doch kann φ auch für $r > \xi$ nur bis zur oberen Schranke (24c) ansteigen. Liegt diese obere Schranke bei $r = R_0$, dann würde $r > R_0$ außerhalb des Realitätsbereiches von φ liegen. Für r und φ gelten also die Intervalle

$$(24c_1) \quad 0 \leq r \leq \xi, \quad \xi < r \leq R_0$$

wobei $\varphi(\xi) = 0$ und $\varphi(R_0) = c^2$ nach (24c) gilt. Eine physikalische Interpretation der Distanz $r = \xi$, die nach (24b) allein von der atomaren Mikrostruktur von M bestimmt wird, ergibt sich aus einer Untersuchung der Gravitationsfeldbeschleunigung g . Mit $g = \frac{d\varphi}{dr}$ folgt durch

Differentiation des Gravitationsgesetzes (24) die Darstellung

$$(25) \quad g = - \frac{\gamma^2 M}{r^2} \left(1 - \frac{r^2}{\xi^2} \right) e^q.$$

Hier zeigt sich, $g < 0$ für $r < \xi$, das heißt, g ist in diesem Bereich ein attraktives Feld, welches für $r = \xi$ gemäß $g(\xi) = 0$ verschwindet und für $r > \xi$ wegen des Vorzeichenwechsels $g > 0$ zu einem Abstoßungsfeld wird, weil e^q wegen (24c) im Intervall $1 \leq e^q \leq e$ definiert ist. Dieses Abstoßungsfeld erreicht dann für $r \rightarrow R_0$ die Realitätsschranke mit $g(R_0) = + \gamma^2 e M / \xi^2$. Die Distanz $r = \xi < \infty$ kann also als eine im Endlichen liegende Grenze des attraktiven Gravitationsfeldes physikalisch interpretiert werden, welche von der Mikrostruktur m der Feldquelle bestimmt wird. Zur Abschätzung derartiger Gravitationsgrenzen kann (24b) approximiert werden. Ist A das mittlere Atomgewicht der Materie M und ist weiter m_N die Nukleonemasse, dann gilt $m \approx A m_N$, also

$A' \xi = h^2 (\gamma^2 m_N)^{-1}$. Hier kann die rechte Seite als Naturkonstante mit Längendimensionierung numerisch ermittelt und in Megaparsec ausgedrückt werden. Auf diese Weise entsteht eine zur Abschätzung der Gravitationsgrenze numerische Beziehung

$$(25a) \quad A' \xi \approx 46 [M p c],$$

das heißt, ξ ist eine makrokosmische Struktur, die aber allein von der Mikrostruktur bestimmt wird.

Aufgrund der Interpretation von ξ als attraktive Gravitationsgrenze wird deutlich, daß kosmische Objekte wie beispielsweise Spiralnebelsysteme immer dann in einem attraktiven physikalischen Zusammenhang stehen, wenn ihre gegenseitigen Abstände unter ξ liegen. Es erscheint dann das typische Bild der Ordnung, welches durch attraktive Zusammenhänge bedingt wird. Liegen dagegen diese Abstände jenseits ξ , dann muß

sich die Materie völlig chaotisch im Raum verteilen. Unterstellt man für die Zusammensetzung der Spiralnebel im allgemeinen die Russel'sche Zusammensetzung 70% H 29 % H e und 1% Schwereelemente, von denen F e am häufigsten ist, dann ergibt sich nach (25a) für die Gravitationsgrenze eine Distanz zwischen 10^7 und einigen $2 \cdot 10^7$ Lichtjahren. Wir glauben hierin die Ursache zu sehen, weshalb zwar Spiralnebelnester, aber keine Systeme höherer Ordnung beobachtet werden. Auch glauben wir hierin eine qualitative Bestätigung von (24) sehen zu dürfen¹¹⁾.

Mit den Beziehungen (24) bis (25a) kann weiter versucht werden, eine allgemeine Wechselbeziehung zwischen Photonen und der allgemeinen Gravitation zu untersuchen; wobei berücksichtigt werden muß, daß für die Photonen als Quanten des elektromagn. Feldes das Energiematerieäquivalent gilt, also jedem Photon der Wellenlänge λ eine Feldmasse zugeordnet ist. Bei derartigen Untersuchungen kommt man zu dem Ergebnis, daß diese Photonen eine Gravitationsfeldbedingte dispersionsfreie Linienverschiebung $\delta \lambda$ oder $\lambda z = \delta \lambda$ erfahren, derart, daß $z > 0$ als Rotverschiebung und $z < 0$ als Blauverschiebung zu deuten ist. Ist r der hinreichend lange Laufweg des Photons und σ die allgemeine Massendichte im R_3 , dann ergibt sich aus derartigen Untersuchungen für diese Linienverschiebung

$$(26) \quad z = H r (\sigma - H r)^{-1}, \quad \lambda z = \delta \lambda$$

mit

$$(26a) \quad H = \sqrt{\pi e \gamma^2 \sigma}.$$

Zunächst folgt, daß $z > 0$ eine Rotverschiebung beschreibt. Ist nun $r H \ll c$ und wird z als Dopplereffekt interpretiert, dann wird (26) wegen $z = v/c$ als Folge dieser Interpretation zu $v \sim H r$, was aber der empirischen Hubble'schen Beziehung entspricht. H muß also als Hubble-Konstante interpretiert werden.

Setzt man für σ einen abgeschätzten Wert

$\sigma \approx 10^{-26} \text{ [K g m}^{-3}\text{]}$, dann ergibt sich $H \approx 2,41 \cdot 10^{-18} \text{ [s}^{-1}\text{]}$, was gut mit dem spektroskopisch ermittelten Wert vergleichbar ist. Aus der Lyra-Geometrie entwickelte Sen⁹⁾ für die Rotverschiebung einen Ausdruck $z(1+z)^{-1} \sim r$, der aber formal mit (26) identisch ist.

Anomalien dieser Rotverschiebung können dann auftreten, wenn das σ -Feld in der jeweiligen Blickrichtung des Beobachters hinreichend starke Anisotropien aufweist. Dies deshalb, weil sich der Beobachter im Mittelpunkt einer Kugel $r = R_0$

befindet, während die wirksame Masse M der Beziehung (24) in einem Kreiszylinder vom Radius ϱ und der Länge $2 R_0$,

also dem Volumen $2 \pi \varrho^2 R_0$ verteilt ist. Dieser Zylinder ist $r = R_0$ diametral einbeschrieben, derart, daß die

Mittelpunkte zusammenfallen und der Photonenweg - also die Visierlinie des Beobachters - in der Zylinderachse liegt. Aus

diesem Grunde gilt $M = 2 \pi \varrho^2 R_0 \sigma$, womit unter Verwendung von (24) die Realitätsschranke R_0 abgeschätzt

werden kann. Für $r = R_0$ ist $\varphi = c^2$ nach (24c) zu setzen, so daß $q = 1$ und (24) zu $2 c^2 R_0 e^{-1} =$

$= \gamma^2 M (1 - R_0/\varrho)^2 \approx \gamma^2 M R_0^2/\varrho^2$ in sehr guter

Näherung wird, weil $R_0 \gg \varrho$ angenommen werden kann. Mit

$M = 2 \pi \varrho^2 R_0 \sigma$ folgt daraus $R_0^2 = \frac{c^2}{\pi e \gamma^2 \sigma} = c^2/H^2$

mit (26a), so daß die Realitätsschranke

$$(27) \quad R_0 \approx c/H$$

als Hubbleradius zu interpretieren ist. Für $r > R_0$ ist φ nicht relevant, doch wird wegen $c - H R_0 \rightarrow 0$ für $r = R_0$ nach (26) die Rotverschiebung $z \rightarrow \infty$, das heißt, wegen

$$(27a) \quad r \geq R_0, \quad z \rightarrow \infty$$

können aus Raumbereichen $r \geq R_0$ grundsätzlich keine optischen Signale mehr empfangen werden, weil Photonen nicht mehr existieren, wenn ihre Rotverschiebung über jede vorgebbare Schranke wächst. Die Empfangsbedingung optischer Signale ist also durch die halb offenen Intervalle

$$(27b) \quad 0 \leq r < R_0, \quad 0 \leq z < \infty$$

gegeben. Wenn also Photonen innerhalb des Kugelvolumens $r < R_0$ emittiert werden, so können diese Signale mit $z \geq 0$ im Mittelpunkt dieser Kugel empfangen werden.

Da $R_0 < \infty$ für $\sigma > 0$, aber $R_0 \rightarrow \infty$ für $\sigma = 0$ nach (27) und (26a) gilt, liegt der Gedanke nahe, R_0 mit dem aus der allgemeinen Relativitätstheorie¹²⁾ sich ergebenden Weltradius (als Folge einer Raumkrümmung verursacht durch das σ -Feld) zu identifizieren. Eine derartige Interpretation ist durchaus möglich, jedoch nicht notwendig; denn das Universum kann wesentlich größer sein als ein durch $\sigma \neq 0$ bedingtes optisches Raumsegment innerhalb dessen optische Signale wahrnehmbar sind. Unabhängig von den jeweiligen Weltmodellen und die an solche Modelle geknüpften Vorstellungen bleiben die Systeme (24) bis (27b) bestehen und würden auch im Extremfall eines statischen unendlichen Universums das Paradoxon des dunklen Nachthimmels auflösen.

Eine nichtlineare einheitliche Quantenfeldtheorie der Materie und Gravitation, die im mikrokosmischen^{Be} Reich exakte Lösungen liefert und approximativ auch makrokosmische Belange richtig wiedergibt, beinhaltet zwangsläufig auch einen Zusammenhang der makrokosmisch erscheinenden Wechselwirkungsfelder der allgemeinen Gravitation und des allgemeinen Elektromagnetismus. Hierauf soll in dieser Schrift nicht eingegangen werden, doch sei soviel bemerkt, daß nach unserer Auffassung jede rotierende gravitative Feldquelle - also jede rotierende ponderable Masse - als Folge dieser Rotation ein Magnetfeld B verursacht. Hat diese Masse M_0 die Dichte σ_0 und füllt sie das Kugelvolumen vom

Radius r_0 aus, dann entsteht ein in $[V s m^{-2}]$ dimensioniertes Magnetfeld B , wenn M_0 um eine Achse so rotiert, daß eine Drehung in der Zeit t erfolgt. Ist α_0 der Breitengrad auf der Kugeloberfläche, derart, daß $\alpha_0 = 0$ den Äquator bezogen auf die Drehachse kennzeichnet, und ist $\mu_0 = 1,25 \cdot 10^{-6} [V s A^{-1} m^{-1}]$ die Induktionskonstante, dann gilt für dieses Magnetfeld

$$(28) \quad c t B = 2 \sqrt{3\pi} \gamma^2 \mu_0 \sigma_0 r_0^2 \cos \alpha_0,$$

dessen Feldlinien innerhalb der Kugel in der Drehachse, aber außerhalb parallel zu den Meridianen verlaufen, welche die Drehpole verbinden. Solche gravitativ bedingten Magnetfelder (28) müßten primär immer vorhanden sein. Besteht nun M_0 aus Materie im Plasmazustand, dann kommt es zu einer induktiven Wechselbeziehung zwischen diesem Plasma und B , doch bestehen auch induktive Zusammenhänge mit externen magnetischen Fremdfeldern. Es wäre denkbar, daß die Magnetfelder kosmischer Objekte durch (28) verständlich gemacht werden können, während die geophysikalisch vermessenen geomagnetischen Eigenschaften, wie insbesondere die zeitlichen Säkularvariationen und die Richtungsänderungen des geomagnetischen Feldes - indiziert durch paläomagnetische Remanenzen in den Oberflächen-gesteinen der Frakturzone - möglicherweise auf die induktiven Wechselbeziehungen des primären B -Feldes mit einem Magma im Plasmazustand zurückgehen.

Literaturverzeichnis

- 1) A. Wyler, Comptes Rendus (Paris) 269 A, 743 (1969).
- 2) A. Wyler, Comptes Rendus (Paris) 271 A, 186 (1971).
- 3) J. Wlodarski, Phys. Bl. 29, 576 (1972).
- 4) O. Haxel, H. Jensen, H. Süss, Naturwissenschaften 35, 376 (1948).
- 5) W. Heisenberg, Einführung in die einheitliche Feldtheorie der Elementarteilchen, Stuttgart (Hirzel) 1967, p. 120.
- 6) A. Einstein, Phys. Z. 18, 121 (1917).
- 7) H. Hora (to be published).
- 8) B. Heim, unpublished reports.
- 9) D. K. Sen and K. A. Dunn, J Math. Phys. 12, 578 (1971).
- 10) CERN, Particle Properties (1973)
- 11) W. Baade, nicht veröffentlichte mündliche Mitteilung.
- 12) M. v. Laue, Relativitätstheorie II.

Anhang A

Tabelle I

Quantenzahlen der Grundzustände $N = 0$.

Partikel	k	n	m	p	σ	P	Q	ϵ_q	ϵ_C	$\mathcal{P}$
$\eta, \bar{\eta}$	1	18	22	17	14	0	0	0	0	0
$K^+, \bar{K}^-$	1	17	26	30	28	1	0	1	1	1
$K^0, \bar{K}^0$	1	18	5	5	2	1	0	0	1	1
$e^-, \bar{e}^+$	1	0	0	0	0	1	1	-1	0	0
$e_0, \bar{e}_0$	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
$\mu^-, \bar{\mu}^+$	1	11	6	11	6	1	1	-1	0	1
$\pi^\pm, \bar{\pi}^\mp$	1	12	9	2	3	2	0	± 1	0	0
$\pi^0, \bar{\pi}^0$	1	12	3	6	4	2	0	0	0	0
$\Lambda, \bar{\Lambda}$	2	1	3	0	-11	0	1	0	-1	0
$\Sigma^-, \bar{\Sigma}^+$	2	4	4	-1	-15	0	3	-1	-3	0
$p, \bar{p}$	2	0	0	0	0	1	1	1	0	0
$n, \bar{n}$	2	0	0	-2	17	1	1	0	0	0
$\Xi^-, \bar{\Xi}^+$	2	2	7	-17	2	1	1	-1	-2	1
$\Xi^0, \bar{\Xi}^0$	2	2	6	-1	6	1	1	0	-2	1
$\Sigma^+, \bar{\Sigma}^-$	2	2	-7	-12	10	2	1	1	-1	0
$\Sigma^0, \bar{\Sigma}^0$	2	2	-7	-14	-2	2	1	0	-1	0
$\Sigma^-, \bar{\Sigma}^+$	2	2	-6	-5	-8	2	1	-1	-1	0
$\phi^{++}, \bar{\phi}^{--}$	2	2	1	9	4	3	3	2	0	0
$\phi^+, \bar{\phi}^-$	2	2	-1	-1	-6	3	3	1	0	0
$\phi^0, \bar{\phi}^0$	2	2	-1	-10	2	3	3	0	0	0
$\phi^-, \bar{\phi}^+$	2	2	-1	-16	-15	3	3	-1	0	0

Tabelle II .

Theoretische Massen der Elementarteilchen $N = 0$.

Partikel	Theoretische Masse in MeV	Empirische Masse ¹⁰⁾ in MeV
$e^-, \bar{e}^+$	0,51100406	0,5110041 $\pm$ 0,0000016
$\mu^-, \bar{\mu}^+$	105,65939553	105,6595 $\pm$ 0,0003
$\pi^\pm, \bar{\pi}^\mp$	139,56811171	139,5688 $\pm$ 0,0064
$K^+, \bar{K}^-$	493,68321337	493,715 $\pm$ 0,037
$e_0, \bar{e}_0$	0,51802856	-
$\pi^0, \bar{\pi}^0$	134,96420605	134,9645 $\pm$ 0,0074
$K^0, \bar{K}^0$	497,72611268	497,71 $\pm$ 0,13
$\eta, \bar{\eta}$	548,78123764	548,8 $\pm$ 0,6
$p, \bar{p}$	938,25920090	938,2592 $\pm$ 0,0052
$\Sigma^+, \bar{\Sigma}^-$	1189,41417621	1189,41 $\pm$ 0,07
$\Sigma^-, \bar{\Sigma}^+$	1197,31703989	1197,34 $\pm$ 0,07
$\Xi^-, \bar{\Xi}^+$	1321,29500244	1321,29 $\pm$ 0,14
$\Lambda, \bar{\Lambda}$	1672,49541796	1672,5 $\pm$ 0,5
$\phi^{++}, \bar{\phi}^{--}$	1236,02333225	-
$\phi^+, \bar{\phi}^-$	1235,99646406	-
$\phi^-, \bar{\phi}^+$	1231,20485197	-
$n, \bar{n}$	939,55269997	939,5527 $\pm$ 0,0052
$\Lambda, \bar{\Lambda}$	1115,59425621	1115,59 $\pm$ 0,05
$\Sigma^0, \bar{\Sigma}^0$	1192,45711303	1192,48 $\pm$ 0,1
$\Xi^0, \bar{\Xi}^0$	1314,88891745	1314,9 $\pm$ 0,6
$\phi^0, \bar{\phi}^0$	1235,99143567	-

Tabelle III

Neutrinozustände .

Neutrino	k	P	Q	theoretische Masse in K e V
$\nu_1, \bar{\nu}_1$	1	0	1	0,00000393
$\nu_2, \bar{\nu}_2$	1	1	1	5,37605502
$\nu_3, \bar{\nu}_3$	1	2	0	10,75209489
$\nu_4, \bar{\nu}_4$	2	1	1	4,88879489
$\nu_5, \bar{\nu}_5$	2	3	3	45,46091252

Bemerkung zu (5d):

Es ist durchaus möglich, daß in der Funktion ϕ noch ein unbekanntes additives Glied (abhängig von k, P, Q und $\mathcal{R}$) fehlt, über dessen Existenz und Bau erst eine Beschreibung der noch unbekannten Zerfallszeiten Aufschluß geben kann. Ein solches additives Glied könnte sich in den Massen je - doch nur in der Größenordnung einiger 10^{-2} Elektronenmega- volt bemerkbar machen.

Tabelle IV

Approximierte Mesonenresonanzen $k = 1$

Partikel	P	$N(N)_{\pm}$	$K_B(K_B)_{\pm}$	theoretische Masse in MeV
ϵ	0	49	10	691,7094
ω (783)	0	64	51	783,9033
η' (958)	0	<u>144</u>	28	956,8400
S^* (993)	0	<u>170</u>	-1	992,6142
ϕ (1019)	0	153	63	1019,6306
f (1270)	0	<u>253</u>	26	1274,5452
D (1285)	0	<u>255</u>	27	1286,1728
E (1420)	0	272	82	1414,1873
f' (1514)	0	323	2	1517,8602
ω (1675)	0	342	71	1664,0125
K_-^* (892)	1	<u>23(11)</u>	29(3)	891,1955(892,2211)
K_A (1240)	1	<u>83(69)</u>	6(15)	1241,1180(1239,9767)
K^* (1420)	1	98(<u>101</u>)	25(23)	1420,2213(1414,4956)
L (1770)	1	161(<u>164</u>)	65(11)	1775,2145(1764,9862)
p (770)	2	8(5)	30(34)	769,9833(769,3101)
δ (970)	2	39(21)	19(5)	976,4931(973,6704)
A_1 (1100)	2	76(48)	41(<u>5</u>)	1106,9780(1106,7462)
B (1235)	2	<u>93(79)</u>	27(10)	1239,5340(1239,1994)
A_2 (1310)	2	127(86)	22(59)	1310,4695(1309,6730)
F_1 (1540)	2	<u>182(145)</u>	37(4)	1539,5100(1537,9095)
p' (1600)	2	<u>215(156)</u>	43(29)	1604,8640(1605,1008)
A_3 (1640)	2	<u>221(160)</u>	4 (7)	1637,2669(1634,2138)
g (1680)	2	228(165)	28(5)	1686,0154(1678,6425)

Tabelle V .

Approximierte Barionenresonanzen $k = 2$

Partikel	P	$N(N)_{\pm}$	$K_B(K)_{\pm}$	theoretische Masse in MeV
N(1470)	1	13(12)	10(38)	1470,4888(1480,1770)
N(1520)	1	14(13)	29(8)	1509,6087(1515,7293)
N(1535)	1	<u>18(17)</u>	-2(8)	1533,9788(1535,3254)
N(1670)	1	23(22)	8(0)	1657,9536(1679,5754)
N(1688)	1	24(23)	-23(11)	1694,3687(1719,4898)
N(1770)	1	26(24)	14(65)	1771,8218(1769,0721)
N(1780)	1	<u>31(29)</u>	-9(0)	1784,3644(1782,2884)
N(1810)	1	<u>32(30)</u>	38(40)	1808,3795(1808,5253)
N(1990)	1	37(35)	60(50)	1974,9129(1989,7028)
N(2000)	1	<u>42(39)</u>	-3(-37)	2011,0552(2001,9706)
N(2040)	1	<u>44(41)</u>	7(30)	2044,8079(2034,6322)
N(2100)	1	40(<u>44</u>)	78(25)	2107,8085(2120,5890)
N(2190)	1	49(46)	-14(21)	2200,5168(2195,5295)
N(2220)	1	50(47)	66(43)	2244,1911(2245,4563)
N(2650)	1	<u>73(69)</u>	2(-9)	2653,5304(2652,4071)
N(3030)	1	<u>90(85)</u>	41(54)	3036,2404(3033,5279)
N(3245)	1	95(90)	61(28)	3234,0166(3231,8730)
N(3690)	1	<u>119(113)</u>	3(4)	3689,8085(3684,1957)
N(3755)	1	113(115)	37(31)	3751,7230(3728,0808)
$\Lambda(1330)$	0	<u>25</u>	10	1329,8831
$\Lambda(1405)$	0	22	79	1403,3999
$\Lambda(1520)$	0	37	36	1516,3419
$\Lambda(1670)$	0	54	4	1669,9762
$\Lambda(1690)$	0	55	61	1693,2832
$\Lambda(1750)$	0	58	25	1754,7613
$\Lambda(1815)$	0	<u>70</u>	-10	1815,4961

Tabelle V a

Approximierte Barionenresonanzen $k = 2$

Partikel	P	$N(N)_{\pm}$	$K_B(K)_{\pm}$	theoretische Masse in MeV
$\Lambda(1830)$	0	<u>71</u>	11	1830,4081
$\Lambda(1860)$	0	<u>73</u>	-5	1864,6313
$\Lambda(1870)$	0	<u>74</u>	1	1884,4529
$\Lambda(2010)$	0	<u>87</u>	17	2010,5372
$\Lambda(2020)$	0	<u>88</u>	18	2018,1998
$\Lambda(2100)$	0	<u>94</u>	0	2095,9533
$\Lambda(2110)$	0	84	34	2113,6593
$\Lambda(2350)$	0	<u>116</u>	30	2344,7465
$\Lambda(2585)$	0	<u>136</u>	5	2591,7184
$\Xi(1530)$	1	<u>4(2)</u>	9(5)	1531,5487(1534,7628)
$\Xi(1630)$	1	7(4)	30(20)	1621,5840(1661,1690)
$\Xi(1820)$	1	<u>16(10)</u>	35(9)	1828,9065(1810,8367)
$\Xi(1940)$	1	19(13)	59(27)	1944,8454(1945,2579)
$\Xi(2030)$	1	<u>25(19)</u>	-4(-3)	2027,8157(2037,5528)
$\Xi(2250)$	1	31(24)	65(-4)	2247,4841(2241,9080)
$\Xi(2500)$	1	42(35)	42(13)	2481,8202(2517,9008)
$\Delta(1650)$	3	<u>44</u>	11	1651,0807
$\Delta(1670)$	3	<u>48</u>	44	1678,6242
$\Delta(1690)$	3	<u>71</u>	0	1690,0383
$\Delta(1890)$	3	124	1	1887,9876
$\Delta(1900)$	3	125	56	1900,8602
$\Delta(1910)$	3	<u>129</u>	-27	1915,2764
$\Delta(1950)$	3	134	59	1949,3571
$\Delta(1960)$	3	<u>137</u>	38	1965,2695
$\Delta(2160)$	3	211	33	2153,9221
$\Delta(2420)$	3	<u>302</u>	12	2422,5186
$\Delta(2850)$	3	419	63	2856,6694
$\Delta(3230)$	3	572	34	3229,6911

Tabelle V b

Approximierte Barionenresonanzen k = 2

Partikel	P	(N) ₊ N(N) ₋	(K _B) ₊ K _B (K _B) ₋	theo. Masse in MeV
$\Sigma(1385)$	2	(<u>13</u>) ₊ 6(<u>13</u>) ₋	(11) ₊ 59(22) ₋	(1383) ₊ 1382(1386) ₋
$\Sigma(1440)$	2	(16)8(16)	(9)71(-5)	(1441)1434(1441)
$\Sigma(1480)$	2	(18)20(18)	(64)12(52)	(1492)1490(1489)
$\Sigma(1620)$	2	(<u>32</u>) <u>35</u> (<u>32</u>)	(18)10(20)	(1624)1622(1616)
$\Sigma(1670)$	2	(34)27(35)	(8)15(-23)	(1664)1660(1678)
$\Sigma(1690)$	2	(35)38(36)	(-10)43(57)	(1691)1683(1705)
$\Sigma(1750)$	2	(<u>43</u>)41(38)	(-25)34(5)	(1752)1747(1750)
$\Sigma(1765)$	2	(<u>45</u>) <u>49</u> (<u>46</u>)	(9)10(-2)	(1769)1766(1770)
$\Sigma(1840)$	2	(<u>50</u>)45(<u>51</u>)	(19)11(47)	(1847)1844(1848)
$\Sigma(1880)$	2	(42) <u>57</u> (43)	(65)61(7)	(1884)1887(1885)
$\Sigma(1915)$	2	(<u>53</u>)59(54)	(28)16(24)	(1909)1923(1908)
$\Sigma(1940)$	2	(54)60(55)	(23)44(-10)	(1932)1951(1931)
$\Sigma(2000)$	2	(<u>63</u>) <u>70</u> (<u>64</u>)	(8)1(-45)	(2003)2012(2002)
$\Sigma(2030)$	2	(<u>66</u>) <u>72</u> (59)	(21)12(5)	(2035)2031(2031)
$\Sigma(2070)$	2	(<u>68</u>) <u>75</u> (<u>69</u>)	(2)38(40)	(2066)2071(2064)
$\Sigma(2080)$	2	(<u>69</u>) <u>76</u> (<u>70</u>)	(9)29(10)	(2083)2089(2074)
$\Sigma(2100)$	2	(<u>70</u>) <u>77</u> (<u>71</u>)	(31)52(6)	(2103)2106(2093)
$\Sigma(2250)$	2	(76)84(78)	(-12)33(35)	(2243)2250(2252)
$\Sigma(2455)$	2	(<u>94</u>) <u>104</u> (85)	(18)56(3)	(2444)2458(2455)
$\Sigma(2620)$	2	(<u>110</u>) <u>121</u> (103)	(27)-12(26)	(2624)2625(2621)
$\Sigma(3000)$	2	(<u>136</u>) <u>150</u> (<u>140</u>)	(-85)38(12)	(2994)3001(3003)
N(1700)	1	25(<u>27</u>)	63(-12)	1734,6717(1751,2494)

Anhang B

Die mit dem * Zeichen versehenen numerierten Gleichungen werden im Folgenden tabuliert, derart, daß die betreffende Tabelle mit den entsprechenden Gleichungsnummern überschrieben wird.

((2a, 2b, 7a, 7b, 4a)

Symbol	numerischer Wert	Symbol	numerischer Wert
η	0,98998964		7,93991266
$\eta_{1,1}$	0,98756399	1,1	7,92554503
$\eta_{1,2}$	0,98516776	1,2	7,91095114
$\eta_{2,2}$	0,84242385	2,2	7,04779227
α_+	0,01832211	α_-	0,00812835

((6 a bis 6 d, 12 a, 12 b, 13 b)

k	Q_n	Q_m	Q_p	Q_σ	B	H	A
1	3	3	2	1	27	9	2787,59025432
2	24	31	34	15	26	104	14727,57867072

(8 a bis 8 f)

$N_i(k,q)$	numerischer Wert	$N_i(k,q)$	numerischer Wert
$N_1(1,1)$	0,99688127	$N_4(1,1)$	4
$N_1(1,0)$	1	$N_4(1,0)$	4
$N_1(2,1)$	0,99627809	$N_4(2,1)$	4
$N_1(2,0)$	1	$N_4(2,0)$	2
$N_1(2,2)$	0,95891826	$N_4(2,2)$	6
$N_2(1,1)$	0,67506174	$N_5(1,1)$	1,15773470
$N_2(1,0)$	0,66666667	$N_5(1,0)$	1,15773470
$N_2(2,1)$	0,67670370	$N_5(2,1)$	1,73247496
$N_2(2,0)$	0,66666667	$N_5(2,0)$	1,15773470
$N_2(2,2)$	0,79136728	$N_5(2,2)$	76,73214581
$N_3(1,1)$	1,95731764	$N_6(1,1)$	0,00000164
$N_3(1,0)$	2	$N_6(1,0)$	0,00000164
$N_3(2,1)$	2,59881924	$N_6(2,1)$	0,02518725
$N_3(2,0)$	2,71828183	$N_6(2,0)$	-0,10493009
$N_3(2,2)$	2,12190443	$N_6(2,2)$	0,15580107

(13c, 13d, 13e, 11b)

Part.	a_1	a_2	a_3	$W_{N=0}$
e^-	35	11	89,96774158	38,70294226
μ	1	23	7,26891022	2830,26324345
π^-	25	0	95,62488526	3514,46294316
K^+	16	31	7,26891022	8857,95769020
e_0	34	28	77,11059862	38,51308957
π^0	22	2	-0,03225806	3419,16217346
K^0	22	17	98,29474138	9332,35821820
η	28	33	48,65020426	9905,00599107
p	0	23	84,22944059	14792,56308050
Σ^+	21	30	26,15371691	18124,03136129
Σ^-	21	47	94,49556347	18183,30294347
Ξ^-	26	25	15,61504747	18998,73451193
Ξ^0	47	3	69,73881899	23157,61451004
ϕ^{++}	23	27	82,92386515	18115,38391620
ϕ^+	23	22	22,64335811	18467,56082305
ϕ^-	21	27	69,73881899	18448,51703290
n	0	36	101,15000035	14828,61089116
Λ	13	45	-0,03333333	16827,97671482
Σ^0	21	46	83,86257747	18179,59733741
Ξ^0	26	22	71,62409771	18990,08927597
ϕ^0	23	39	93,76289283	18508,94119539