

Ausgewählte Ergebnisse einer einheitlichen Quantenfeldtheorie
der Materie und Gravitation.

Burkhard H e i m, N o r t h e i m bei Göttingen, Germania (W).

Abstract

This paper contends some results of a new unified non linear quantumfieldtheory of matter and gravitation. Formulae are given for the fine structure constant and electron charge. The essential part of the paper is a system of formulae , which describes the most properties of all elementary particles - like masses appropriate the meanlives spin, isospin, electric charge and strangness - in a complete consistent manner,*All results are directly comparable to the quantitativly measured properties of elementary particles . In a makroscopic approximation further the values of the Hubbleconstant H , Hubbleradius R_0 the density of matter of the univers σ and the maximumdis-
tante ϱ of gravitational attractive interaction are derived. Also these results agree with the measured values.

Vorbemerkung:

In der vorliegenden informatorischen Schrift sollen einige Ergebnisse einer neuen einheitlichen Quantenfeldtheorie der Materie und der Gravitation bekannt gegeben werden. Die Auswahl dieser Ergebnisse wurden einerseits so getroffen, daß ein in sich selbst geschlossenes System entstand, mit dem möglicherweise bereits gearbeitet werden kann, bevor die Theorie in extenso vorliegt, deren Publikation zu einem späteren Zeitpunkt erfolgen soll. Andererseits ist dieses System so beschaffen, daß die numerisch ermittelbaren theoretischen Werte unmittelbar mit hinreichend vorliegenden Meßdaten verglichen werden können.

Offensichtlich kann eine einheitliche Feldtheorie - die eine allgemeine Kosmologie begründen könnte - nur eine einheitliche Theorie der Elementarkorpuskeln sein. In jedem Fall sind diese Elementarkorpuskeln als Quelle von Wechselwirkungen zu

* including the possible neutrinostates.

verstehen. Mir erscheinen nun zwei Formen der Auffassung einer Theorie dieser Elementarstrukturen sinnvoll.

a) Nach einer phänomenologischen Klassifikation werden die Wechselwirkungsvorgänge beschrieben und die Frage nach dem inneren Wesen der Quellen dieser Wechselwirkungen ausgeklammert. In diesem Fall erscheint es sinnlos die allgemeine Gravitation in die Beschreibung aufzunehmen; denn die gravitative Wechselwirkung ist bezogen auf die übrigen Wechselwirkungen derart schwach, daß sie bei der Empirie der Wechselwirkungen von Elementarkorpuskeln niemals erscheint und somit in jedem Fall vernachlässigt werden kann. Man erhält auf diese Weise Aussagen über Wechselwirkungsvorgänge, doch wird bestimmt eine Beschreibung der Elementarteilchenmassen bereits problematisch, und es scheint die nötige Konsistenz zu fehlen.

b) Der zweite Weg könnte darin bestehen, zunächst die allgemeine Gravitation als einheitliches Hintergrundphänomen zu betrachten und im Rahmen einer allgemeinen Strukturtheorie die Struktur der Elementarkorpuskeln zu beschreiben. Hier könnten alle statischen Eigenschaften wie Masse u.s.w. wiedergegeben werden, jedoch wird eine derartige Theorie zunächst nichts über die Wechselwirkungsvorgänge aussagen.

Wir haben nun versucht im Rahmen der Auffassung (b) eine nichtlineare Theorie mehrerer metrischer Strukturen durchzuführen, die in einem höherdimensionalen abstrakten Raum korrelieren. Einer der Unterräume dieser mehrdimensionalen Mannigfaltigkeit ist der R_4 der Raumzeit (imaginäre Zeitkoordinate), während der Schnitt der korrelierenden Weltstrukturen mit diesem R_4 als elementare Ereignisketten erscheinen, die sich im momentanen reellen R_3 des physischen Universums als quantenhafte Elementarstrukturen manifestieren. Auf diese Weise entstanden die in 1) angeführten exakten Lösungen des mikrokosmischen Bereiches, während die in 2)

angegebenen kosmologischen Lösungen makroskopische Approximationen sind. Immerhin scheint die Auffassung (b) zu einer geschlossenen Darstellung zu führen, der man nach meiner Auffassung eine Beschreibung der Wechselwirkungen im Sinne (a) anschließen kann. Sollte dies möglich werden, dann wäre (a) der zweite Schritt, dem der Schritt (b) vorangehen muß. Die numerischen Ermittlungen der theoretischen Werte wurden mit einer DIEHL ALGOTRONIK ausgeführt und stets im internationalen Maßsystem gerechnet. Aus theoretischen Gründen wurden die folgenden Naturkonstanten verwendet:

Das Wirkungsquant $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,0545887 \cdot 10^{-34} \text{ [W. s}^2\text{]},$

die Lichtgeschwindigkeit $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ [m s}^{-1}\text{]},$

die NEWton'sche Gravitationskonstante

$\gamma = 6,6732 \cdot 10^{-11} \text{ [m}^3 \text{ K g}^{-1} \text{ s}^{-2}\text{]},$

sowie der elektromagnetische Wellenwiderstand des leeren

Raumes $R = 376,73037659 \text{ [}\Omega\text{]}.$

Ferner erscheint die Einheitsstrecke $s_0 = 1 \text{ [m]}$ als

Eichfaktor in der ebenfalls verwendeten abgeleiteten Konstante

$$c \cdot \mu \cdot s_0 = \sqrt[4]{\pi} \cdot \sqrt[3]{3\pi s_0 \gamma \hbar} \cdot \sqrt{\frac{c\hbar}{3\gamma^2}},$$

für welche sich numerisch

$$\mu = 2,25902134 \cdot 10^{-31} \text{ [Kg]} \text{ ergibt,}$$

während mit

$$10^{-31} \text{ [Kg]} = 0,05609545 \text{ [MeV]}$$

die Trägheitsmasse in Elektronenmegavolt umgerechnet wird.

1) Die statischen Eigenschaften der Elementarteilchen

Die Gesamtheit der empirisch aufgefundenen und in ihren Eigenschaften vermessenen Elementarkorpuskeln bietet ein anscheinend widersprüchliches Bild. Einerseits erscheinen diese Partikel durchaus als physikalische Elementareinheiten; denn es ist bislang niemals gelungen, diese durch Stoßprozesse in kleinere Einheiten zu teilen. Vielmehr kommt es im Rahmen einer Paarerzeugung zur Bildung neuer Elementarpartikel. Andererseits wird bei nahezu allen Elementarpartikeln ein radioaktiver Transmutationsprozeß beobachtet, d. h., nach verhältnismäßig gut meßbaren mittleren Existenzzeiten zerfallen diese instabilen Partikel in mehrere Komponenten geringerer Masse, die ebenfalls als Elementarkorpuskel identifizierbar sind. Die Tatsache dieses radioaktiven Zerfalles legte den Gedanken nahe, die beobachteten Elementarteilchen als nicht-elementare Gebilde aufzufassen, die aus wahren physikalischen Letzteinheiten aufgebaut sind. Auf diese Weise entstand unter anderem die sogn. Quarkhypothese, doch ist es bis heute nicht gelungen, diese „Quarks“ oder ähnliche Ureinheiten empirisch nachzuweisen.

Mir schien es vernünftig zu sein, den Gedanken von W. HEISENBERG zugrunde zu legen, wonach im mikrokosmischen Bereich des Elementaren Aussagen wie „besteht aus“ oder „teilbar“ nicht mehr anwendbar sind, während die Elementarteilchen als die möglichen Übergänge von imponderabler Energie (Feldmasse ohne Ruhemasse) in ponderable Energie (mit Ruhemasse) verstanden werden.

Die Aufgabe einer einheitlichen Quantenfeldtheorie der in dieser Art verstandenen Elementarteilchen darf mE. nicht darin bestehen, die Masse der einen oder anderen Korpuskel mehr oder weniger approximativ wiederzugeben. Es wird viel mehr ein mathematisches Schema benötigt, welches sozusagen ein Analogon zu den empirisch quantitativ erfaßten Eigenschaften der Elementarpartikel bildet, derart, daß die Massen, mittlere Existenzzeiten, Spin - Isospin - und elektrische Ladungseigen-

schaften ebenso quantitativ wiedergegeben werden wie die sog.

'Seltsamkeit'', die magnetischen Spinnmomente oder die Wirkungsquerschnitte. Dies alles muß dabei in völlig konsistenter Form im Sinne einheitlicher Funktionen erfolgen, welche alle logisch überhaupt möglichen Elementarteilchen erfassen und mit den Meßdaten vergleichbare numerische theoretische Werte liefern. Auch sollte eine makrokosmische Approximation (Übergang zum Feldkontinuum) möglich sein, welche kosmologische Aussagen gestattet. Allgemeine kosmologische Aussagen müssen mE. auf jeden Fall von einer einheitlichen insich geschlossenen konsistenten Theorie der Elementarkorpuskeln impliziert werden; denn schließlich sind die materiellen Elementareinheiten zugleich die Elemente eines jeden makrokosmischen Geschehens schlechthin.

Zur Ermittlung dieses geforderten mathematischen Schemas ist nach meiner Überzeugung die Entwicklung einer im mikrokosmischen Bereich gültigen relativistischen Hochenergiedynamik unerläßlich, wobei die Elementarkorpuskeln als Quellen verschiedener Wechselwirkungsfelder so aufzufassen sind, daß diese Wechselwirkungsfelder insgesamt und mit ihrer Feldquelle eine Einheit bilden. Eine ähnliche Auffassung hinsichtlich einer Einheit von Feldquelle und Feld wurde auch von SCHWINGER geäußert. Zunächst versuchte ich die von den ponderablen Massen der Elementarkorpuskeln erregten elementaren Gravitationsfelder zu betrachten. Dies einerseits, weil die allgemeine Gravitation ein universales Hintergrundphänomen aller materiellen Strukturen ist, und andererseits, um sozusagen die Randbedingungen auszuloten. Bei diesen theoretischen Bemühungen tritt immerwieder eine Geschwindigkeit $\omega = 4 c/3$ auf, die nur als Ausbreitungsgeschwindigkeit gravitativer Feldstörungen interpretiert werden kann und numerisch dem von WEBER und WHEELER aufgefundenen Wert $c \sqrt{2}$ nahekommt. Trotz $\omega > c$ wird die Begrenzung einer Geschwindigkeit $v \leq c$ materieller Strukturen (nach der speziellen Relativitätstheorie) nicht beeinflusst.

In einem zweiten Schritt wurde eine Reihe wesentlicher phänomenologischer Größen in radikaler Weise so geometrisiert, daß die Invarianzeigenschaften (bzw. Symmetrien) der metrischen Strukturen aus Erhaltungsprinzipien dieser phänomenologischen Größen folgen und die korrespondierenden metrischen Strukturen zugleich die Eigenschaft tensorieller ^{*}Zustandsfunktionen erhalten. Hier bot sich aus rein formalen Gründen ein R_6 als Trägerraum des HILBERTSCHEN Funktionenraumes als sehr zweckmäßig an. Dieser R_6 wurde so konstruiert, daß die Raumzeit ein Unterraum ist und die nicht räumlichen Koordinaten weder untereinander noch mit dem kompakten reellen physischen Unterraum R_3 vertauschbar sind. In diesem Trägerraum sind nun die erwähnten metrischen Strukturen definiert. Die Hauptaufgabe bestand indes darin, Verknüpfungen dieser metrischen Strukturen als Selbstkoppelungen aufzufassen und eine einheitliche polymetrische Strukturtheorie zu entwickeln. Es sei hier erwähnt, daß ABDUS SALAM und J. STRATHDEE eine trimetrische Theorie der Gravitation versuchten.

Werden die elementaren selbstgekoppelten polymetrischen Strukturen betrachtet, dann erscheint als Folge der Selbstkoppelung im kompakten reellen Unterraum R_3 des R_6 - also im physischen Raum - jeweils als Unstetigkeit ein singulärer Bereich, der als Analogie an die Diskontinuitäten materieller Elementarstrukturen erinnert. Werden darüberhinaus an die polymetrischen Strukturen geometrische Bedingungen gestellt, die dem Sonderfall völliger Wechselwirkungsfreiheit (und damit auch Störungsfreiheit) entsprechen, dann hat dies stets eine hermitesche Symmetrie zur Folge, die im R_3 gerade als dasjenige System statischer Eigenschaften erscheint, die man den Elementarkorpuskeln im Fall der Wechselwirkungsfreiheit zuordnen müßte. Aus diesem Grunde schien es mir gerechtfertigt, diese Klasse elementarer polymetrischer Strukturen als Spektrum der ponderablen Elementarkorpuskeln zu interpretieren, wenn ihre Projektionen in den Unterraum R_3 betrachtet werden.

*nichtermitescher

Wie weiter unten gezeigt wird, kann dieses mathematische Schema in seiner expliziten Form tatsächlich als ein Analogon zur Realität der Elementarkorpuskeln aufgefaßt werden. Wenn dies aber so ist, dann ergäbe sich das folgende Bild: die Elementarkorpuskeln sind tatsächlich elementarer Natur, und zwar bezogen auf ihre Eigenschaft ponderabler materieller Natur zu sein. Trotzdem verfügen sie über eine interne Strukturierung als Folge der Projektion mehrdimensionaler polymetrischer Strukturen in den physischen R_3 . Im statischen Fall liegen vier konzentrische Konfigurationszonen vor, welche mit projizierten metrischen Strukturelementen besetzt sind, die untereinander zeitlich in periodischen Austauschprozessen stehen, derart, daß die Internstruktur durch eine Fluktuationsdynamik gekennzeichnet scheint. Diese zum Teil sehr subtile Internstruktur bedeutet jedoch keineswegs einen Widerspruch zum elementaren Charakter, der sich nur auf die Eigenschaften der Trägheit und Ponderabilität, also des Materiellen bezieht. Die erwähnten Strukturelemente (als Folge der R_3 -Projektion) sind für sich allein weder im R_3 existent, noch tragen sie ponderable materielle Eigenschaften. Sie sind also keine materiellen Letzteinheiten. Die typischen materiellen Eigenschaften sind erst die sekundäre Folge ihrer internen Korrelation im Sinne der erwähnten Fluktuationsdynamik in den vier strukturellen Konfigurationszonen, die weiter oben erwähnt wurden; so daß diese internen Korrelationsgefüge die eigentlichen Elementarstrukturen und physikalische Letzteinheiten ponderabler Materie sind. Die interne Fluktuationsdynamik bedingt, integral betrachtet, einen periodischen Prozeß, der mE. als Spin interpretiert werden kann; während der Isospin als ein Isomorphismus erscheint. ^(*) Die zeitliche Stabilität, also die Erstreckung $x_4 = i c t$ der Elementarstruktur im Unterraum R_4 ist nur solange gegeben, als im Rahmen der internen Korrelationen ein struktureller Fluktuationszustand zeitlich periodisch immer wieder erscheint. Das zeitliche Stabilitätsintervall ist immer durch die Aufhebung dieser Periodizität gekennzeichnet, was den radioaktiven Zerfall einer Elementarkorpuskel bedeutet.

Darüberhinaus bedingt diese Periodizität der internen Fluktuationsdynamik stets die Möglichkeit des Auftretens von Enantiostereoisomeren, so daß hierdurch im R_3 zu jeder Elementarstruktur die Möglichkeit einer zu ihr spiegelsymmetrischen Antistruktur gefordert werden muß.

Von den erwähnten vier strukturellen Konfigurationszonen (als Bereiche interner Korrelationen im R_3) ist der Zentralbereich (n) von hoher Dichte praktisch undurchdringbar, während die anschließenden Zonen (m) und (p) in ihrer Dichte abfallen, während die Externzone (σ) den Übergang zu den äußeren Wechselwirkungsfeldern und zur allgemeinen Gravitation bedingt. Die ganzen Zahlen n, m, p und σ geben die jeweilige Besetzung der betreffenden Konfigurationszone mit korrelierenden Strukturelementen an, die zu einer Störung der zeitlichen Periodizität und damit zu einem entlichen zeitlichen Stabilitätsintervall führen. Da nicht jede Zahlenquadrupel erlaubt ist, und die erlaubten Besetzungen allein vom Spingefüge abhängen, muß es möglich sein aus diesem Bild einheitliche mathematische Beziehungen zu entwickeln, von denen sämtliche statischen Eigenschaften aller überhaupt möglichen Elementarkorpuskeln beschrieben werden.

Nach dem entworfenen Bild sind die Elementarkorpuskeln tatsächlich elementarer Art und zwar bezogen auf ihre materiellen Eigenschaften. Im Hinblick auf diese Eigenschaften kann man auf keinen Fall die Fragen stellen, aus welchen materiellen Elementen diese Partikel bestehen oder in welche Elemente sie teilbar sind. Trotzdem verfügen sie als Folge einer Projektion polymetrischer Strukturen in den R_3 über eine Internstrukturierung, welche entliche Existenzzeiten und radioaktive Transmutationen (Zerfall) in andere Elementarkorpuskeln bedingen.

Bei der expliziten mathematischen Beschreibung der statischen Eigenschaften der Elementarteilchen erschien es mir sehr zweckmäßig, zunächst mit einer Analyse der Struktur des elektrischen Ladungsfeldes und der Elementarladung zu beginnen, was einer Untersuchung der SOMMERFELDSCHEN Feinstrukturkonstante entspricht.

In den letzten Jahren wurden verschiedene spekulative Theorien der Feinstrukturkonstante α veröffentlicht, in denen ihr Zahlenwert aus gewissen mathematischen Aspekten als algebraischer Ausdruck ganzer Zahlen und der Zahl π entwickelt wird. Mit dem empirischen Meßwert dieser Feinstrukturkonstante

$$(1) \quad 1/\alpha_{\text{exp}} = 137,03602 \pm 0,000022$$

sind die theoretischen Werte zu vergleichen. So liefert die algebraische Theorie von W y l e r ¹⁾ einen theoretischen Wert

$$1/\alpha_W = 137,0360824$$

der durchaus mit dem Meßwert (1) vergleichbar ist. Ein weiteres Ergebnis des mathematischen Modells von W y l e r ²⁾ ist eine Darstellung des Verhältnisses der Protonenmasse m_p zur Elektronenmasse m_e , nämlich

$$(m_p/m_e)_W = 6 \pi^5 = 1836,11811,$$

was wiederum mit dem experimentellen Wert

$$(m_p/m_e)_{\text{exp}} = 1836,108 \pm 0,016$$

vergleichbar ist. Durch diese Betrachtungen angeregt, wurde eine ganze Reihe von Spekulationen zur Beschreibung der Feinstrukturkonstante durch ganze Zahlen und die Zahl π veröffentlicht ³⁾; wobei allein die Brauchbarkeit solcher Spekulationen - beispielsweise i. B. auf die Rydbergkonstante oder zum Verständnis der magischen Zahlen des Schalenmodells der Nuklide ⁴⁾ - über ihren Wert entscheiden sollte. Unabhängig von diesen mathematischen Modellen oder reinen Spekulationen muß immerwieder die Frage nach dem physikalischen Hintergrund solcher Modelle gestellt werden. Eine rein physikalische Darstellung der Feinstrukturkonstante folgt aus H e i s e n b e r g s einheitlicher Feldtheorie ⁵⁾. In diesem Fall ergibt sich der einfache Ausdruck

$$1/\alpha_H = 5! = 120.$$

Ein anderer Weg zur Darstellung der Feinstrukturkonstante

durch ganze Zahlen und der Zahl π ist tatsächlich möglich, und zwar durch eine von H o r a angegebene rein physikalische Behandlung eines oszillierenden Elektrons innerhalb eines schwarzen Körpers mit extrem hoher Strahlungstemperatur. Hier muß ein Rückstoßmechanismus des Elektrons gefordert werden (in Analogie zu demjenigen der Moleküle bei E i n s t e i n ⁶⁾), und dieser Mechanismus bedingt im Fall des schwingenden Elektrons eine Feinstrukturkonstante ⁷⁾, nämlich

$$1/\alpha_{\text{Hr}} = 2^7 \cdot \pi/3 = 134,0412866.$$

Diese nach H o r a aus einer rein physikalischen Untersuchung hergeleitete Feinstrukturkonstante unterscheidet sich immerhin nur um den Summanden 3 vom empirischen Wert (1).

Wie in der Vorbemerkung erwähnt, gingen wir von strukturtheoretischen Untersuchungen aus ⁸⁾, wobei die phänomenologischen Größen zunächst in radikaler Weise geometrisiert wurden. Alle Elementarstrukturen des manifesten R_4 oder des momentanen reellen R_3 erscheinen so als Projektionen invarianter Strukturkorrelationen aus mehrdimensionalen abstrakten Mannigfaltigkeiten. Für das kleinstmögliche elektrische Ladungsfeld - also die elektrische Elementarladung - ergibt sich auf diese Weise mit den Naturkonstanten $\hbar$ und R (siehe Vorbemerkung) der prüfbare Wert

$$(2) \quad e_{\pm} = \pm \frac{3}{4 \pi^2} \sqrt{2 \sqrt[3]{\frac{\hbar}{R}}}$$

in welcher zur Kürzung die reinen Zahlen *

$$((2a)\#) \sqrt[3]{\eta} = 5 \eta + 2 \cdot \sqrt{\eta} + 1$$

und

$$(2b)\# \quad \eta \cdot \sqrt[4]{4 \hbar \pi^4} = \pi$$

verwendet wurden. Das zweideutige Ladungsvorzeichen geht dabei auf die Zweideutigkeit der Quadratwurzel zurück. Erst aus dieser

* Bei # s. Anhang B S. 41

Beziehung (2), die sich aus der Anwendung eines Extremalprinzips ergab, wurde die Feinstrukturkonstante α' durch Substitution von (2) in der phänomenologischen Beziehung

$$e_{\pm}^2 \sim \alpha'$$

gewonnen. Hierbei ergibt sich für α' die Darstellung

$$(3) \quad (2\pi)^5 \cdot \alpha' = 9 \sqrt{2}.$$

Die numerische Rechnung der Beziehung (2) zeigt, daß der theoretische Wert der Elementarladung sehr gut im Meßbereich liegt und somit nicht vom empirischen Wert abweicht. Wird dagegen α' nach (3) gerechnet, dann ergibt sich

$$1/\alpha' = 137,03803013,$$

was aber außerhalb der Meßtoleranz von (1) liegt und demnach nicht vollständig der Wirklichkeit entsprechen kann. Dieser Sachverhalt geht wahrscheinlich auf $e_{\pm}^2 \sim \alpha'$ zurück; denn bei dieser Beziehung wird unterstellt, daß die Internstruktur eines freien Elektrons die gleiche bleibt, wenn dieses Elektron im s-Niveau der K-Schale eines H-Atoms gebunden wird. Nach unseren Untersuchungen müssen den Elementarkorpuskeln aber interne Strukturierungen zugesprochen werden, die bei Zustandsänderungen der Korpuskel keineswegs konstant zu bleiben brauchen. Auf diese Weise könnte sich das im s-Niveau befindliche Elektron geringfügig anders verhalten als nach der phänomenologischen Beziehung $e_{\pm}^2 \sim \alpha'$ zu erwarten wäre, was für (3) einen Korrekturfaktor erfordert, worauf später zurückgekommen werden soll.

Wesentlich ist hingegen das Bild, welches sich aus einer solchen nichtlinearen Strukturtheorie für die möglichen Elementarteilchen ergibt. Ganz allgemein erscheinen diese Korpuskeln im R_3 in vierfacher Weise strukturiert. Dies bedeutet, daß ein sehr dichter (praktisch undurchdringlicher) Zentralbereich von drei konzentrischen Strukturzonen mit nach außen abnehmender Dichte umgeben ist, wobei die externe, also

letzte Zone die Wechselwirkungsvorgänge vermittelt. Es gelang eine einheitliche Massenbeziehung der grundsätzlich möglichen Elementarteilchenmassen M zu entwickeln. Hier erscheint M als zahlentheoretische Funktion von zehn variablen Quantenzahlen

$$k, n, m, p, \sigma, P, Q, q, \mathcal{R}, N.$$

Die Quantenzahl k ist hier - wie später gezeigt wird - die entscheidende Quantenzahl, die praktisch die Lage im Massenspektrum angibt, aber nur die Werte $k = 1$ oder $k = 2$ annehmen kann. Diese Zahl kann in gewisser Hinsicht durch die aus empirischen Gründen eingeführte, aber um 1 erhöhte Barionenzahl interpretiert werden. Die vier Quantenzahlen n, m, p und σ sind sämtlich Zeitfunktionen (die vorerst noch unbekannt sind) und beschreiben die Besetzungen der bereits erwähnten vier Internzonen mit internen Strukturelementen derart, daß $\sqrt{n}$ auf den Zentralbereich und σ auf den externen Bereich bezieht, während m auf n folgt und p die Zone zwischen m und σ kennzeichnet. P kann im allgemeinen als verdoppelter Isospin interpretiert werden, während Q die verdoppelte Drehimpulsquantenzahl ist. In üblicher Weise gibt $P + 1$ die Zahl der Komponenten eines Isospinmultipletts an, während ungradzahlige Q Spinore aber gradzahlige Q Tensorterme kennzeichnen. q ist die Quantenzahl der elektrischen Ladung derart, daß $q_{\mathcal{L}}$ die mit dem Ladungsvorzeichen versehene Ladungsquantenzahl der Multiplett Komponente $\mathcal{L}$ mit $1 \leq \mathcal{L} \leq P + 1$, also $q = \left| q_{\mathcal{L}} \right|$ ist. Nach unserer Auffassung sind die Isospinmultipletts $P + 1$ die Folge eines Isomorphismus bei der Abbildung in den R_3 . Dieses Bild bedingt aber die Einführung einer weiteren Quantenzahl $\mathcal{R}$, für welche im Allgemeinen $\mathcal{R} = 0$ gilt, während im Fall der Doublettstruktur $P = 1$ neben einem Doublett $\mathcal{R} = 0$ noch mindestens ein Doublett mit $\mathcal{R} = 1$ existieren muß, und zwar bezogen auf den jeweiligen Wert k . Eine konkrete Beschreibung von $\mathcal{R}$ wird weiter unten gegeben. Hier sollen die zehn Argumente von denen M abhängt nur kurz erklärt werden. Die letzte Quantenzahl N ist die Folge der positiven ganzen Zahlen $N \geq 0$, derart, daß $N = 0$ einen Grundzustand

der Raumstruktur darstellt, während die natürlichen Zahlen $N \geq 1$ mögliche Anregerstufen dieses Grundzustandes sind. Unter Verwendung der in der Vorbemerkung angegebenen Naturkonstante μ ist für die einheitliche Massenbeziehung der Elementarteilchen

$$(4) \quad M = \mu ((G + S + F + \phi) \cdot \alpha_+ + 4 q \alpha_-) \dots \dots \dots 1$$

zu setzen. Die beiden Konstanten $\alpha_{\pm}$ sind dabei in der Form

$$(4a) \# \quad \eta^2 (1 + \alpha_+) = \eta (1 + \alpha_-) = \dots \dots \dots \\ = \sqrt[6]{\eta} \left(1 - \sqrt[3]{\left(\frac{2 (1 - \sqrt{\eta})}{\eta (1 + \sqrt{\eta})} \right)^2 \sqrt{2\eta}} \right),$$

durch (2a) und (2b) ausdrückbar. In (4) sind die Funktionen G , F , S und ϕ von den Quantenzahlen abhängige Kürzungen, für welche die folgenden Definitionen gelten.

$$(5a) \quad G = Q_n^2 \cdot (1 + Q_n)^2 N_1 + Q_m (2 Q_m^2 + 3 Q_m + 1) N_2 + \\ + Q_p (1 + Q_p) N_3 + 4 Q_\sigma$$

ferner

$$(5b) \quad S = n^2 (1 + n)^2 N_1 + m (2 m^2 + 3 m + 1) N_2 + \\ + p (p + 1) N_3 + 4 \sigma$$

sowie

$$(5c) \quad F = 2 n Q_n (1 + 3 (n + Q_n + n Q_n) + 2 (n^2 + Q_n^2)) N_1 + \\ + 6 m Q_m (1 + m + Q_m) N_2 + 2 p Q_p N_3 + \varphi(p; \sigma)$$

und

$$(5d) \quad \phi = P (-1)^{P+Q} (P + Q) N_5 + Q (P + 1) N_6$$

mit

$$(5e) \quad \gamma = N_4 K \delta(N),$$

wo K ein von p und σ abhängiger Selbstkoppelungsterm ist, der wesentlich die Existenzdauer eines Grundzustandes, also seine x_4 - Ausdehnung, bestimmt (s. u. Gl. 21 b). Im allgemeinen bedingt K die verhältnismäßig große Lebensdauer der Grundzustände $N = 0$. Allerdings erscheint K nur in diesen Grundzuständen. Das verwendete Symbol $\delta(N)$ ist nämlich als ein Einheitselement aufzufassen; denn es gelte die Definition

$$(5e_1) \quad \delta(N > 0) = 0, \quad \delta(0) = 1,$$

so daß nur für die Grundzustände $N = 0$ die Funktion $\varphi \neq 0$ werden kann, während für alle Anregungen $N > 0$ stets $\varphi = 0$ bleibt. In diesem System (5a) bis (5e) erscheinen weitere Funktionen Q_n , Q_m , Q_p und Q_σ , die allein von k bestimmt werden. Für diese vier Funktionen ist

$$(6a)\# \quad Q_n = (2k - (-1)^k) 2^{k^2-1}$$

ferner

$$(6b)\# \quad Q_m = 2^{k^2+1} - 1$$

sowie

$$(6c)\# \quad Q_p = 2^{k^2+1} + 2(-1)^k$$

und

$$(6d)\# \quad Q_\sigma = 2^{k^2} - 1$$

zu setzen. Schließlich hängen die Funktionen N_1 bis N_6 nur von k und der elektrischen Ladungsquantenzahl q ab. Mit den weiteren Kürzungen in Analogie zu (2a) und (2b), nämlich

$$(7a)\# \quad \eta_{q,k} = \sqrt[4]{q^4(4+k)+\pi^4} = \pi$$

und

$$(7b)\# \quad \vartheta_{q,k} = 5 \eta_{q,k} + 2 \sqrt{\eta_{q,k}} + 1$$

also $\eta_{1,0} = \eta$ und $\mathcal{V}_{1,0} = \mathcal{V}$ gilt für diese Funktionen

$$(8a)^{\#} \quad 2 N_1 = 1 + \sqrt{\eta_{q,k}}$$

$$(8b)^{\#} \quad 3 \eta_{q,k} N_2 = 2$$

$$(8c)^{\#} \quad \ln(N_3 - k/2) = (k-1) \left(1 - \pi \frac{1 - \eta_{q,k}}{1 + \sqrt{\eta_{q,1}}} (1 - \frac{\eta_{q,1}}{\mathcal{V}_{q,1}} (1 - \alpha_-/\alpha_+) (1 - \sqrt{\eta})^2) \right) -$$

$$- \frac{\omega}{c u} (1 - \sqrt{\eta})^2 \left(2 \frac{c u^2}{\omega \mathcal{V}} \frac{1 + \sqrt{\eta_{q,1}}}{1 - \eta} - 1\right)$$

$$(8c_1) \quad u = 2 \pi e, \quad 3 \omega = 4 c$$

$$(8d)^{\#} \quad k N_4 = 4 (1 + q (k-1))$$

$$(8e)^{\#} \quad N_5 = A (1 + k (k-1) 2^{k^2} + 3_N(k) A \left(\frac{1 - \sqrt{\eta_{qk}}}{1 + \sqrt{\eta_{qk}}} \right)^2),$$

$$(8e_1) \quad \eta A = 8 (1 - \alpha_-/\alpha_+) (1 - \frac{c \eta}{\omega})$$

$$(8e_2) \quad N(k) = Q_n + Q_m + Q_p + Q_\sigma + k (-1)^k 2^{k^2-1}$$

$$(8f)^{\#} \quad u \mathcal{V} N_6 = 4 k (\sqrt{k} (k^2 - 1) \frac{N(k)}{\sqrt{\eta_{1,k}}} \cdot$$

$$\cdot (q - (1 - q) \frac{N'(k)}{Q_n \sqrt{\eta_{1,k}}}) + ((-1)^{k+1}) \eta (1 -$$

$$- \alpha_-/\alpha_+) (4 \frac{1 - \sqrt{\eta}}{1 + \sqrt{\eta}})^2 Q_\sigma$$

$$(8f_1) \quad N'(k) = Q_n + Q_m + Q_p + Q_\sigma - 2k - 1,$$

wobei e (ohne Indizierung) die Basis natürlicher Logarithmen ist.

Die Besetzungen n, m, p, σ der vier Strukturzonen können

offensichtlich nicht jeden beliebigen Wert annehmen; denn es gibt auf jeden Fall untere Schranken, weil in (4) die Bedingung $F + G + S + \phi = 0$ mit $q = 0$ und $P = Q = 0$ den leeren Raum mit $M = 0$ kennzeichnet. Diese Bedingung kann aber nur durch die Besetzungen erfüllt werden, wenn diese Ziffern die mit negativen Vorzeichen versehenen Größen aus (6a) bis (6d) erreichen. Es gibt jedoch auch obere Schranken L , bei deren Erreichung die Besetzung einer Zone x verschwindet und die vorangegangene Zonenbesetzung nächsthöherer Ordnung um den Wert 1 als Zahl erhöht. Mit dem Symbol $L_{(x)}$ ($x = 1$) für diese Schranken und $M_0 = M$ ($N=0$) eines Grundzustandes gilt dann für die Grenzen der Strukturzonenbesetzungen

$$(9a) \quad -Q_n \leq n \leq L_{(n)} = \sqrt[3]{\frac{(P+1)M_0}{2\mu\alpha + N_1}} - Q_n ;$$

denn im Fall des Zentralbereiches gibt es keine vorangehende Bezugsbesetzung. Gilt für diesen Bereich $n \leq L_{(n)}$, dann gilt für die Zahlenfolge m die Begrenzung

$$(9b) \quad -Q_m \leq m \leq L_{(m)} \quad (n)$$

mit

$$(9b_1) \quad 2 (Q_m + L_{(m)} \quad (n))^3 + 3 (Q_m + L_{(m)} \quad (n))^2 + \\ + Q_m + L_{(m)} \quad (n) = 4 \frac{N_1}{N_2} (n + Q_n)^3.$$

In entsprechender Weise gilt

$$(9c) \quad 2 L_{(p)} \quad (m) = \sqrt[3]{\frac{N_2}{24 N_3} (m + Q_m)^2 + 1} - 2 Q_p - 1,$$

$$-Q_p \leq p \leq L_{(p)} \quad (m).$$

$$(9d) \quad 2 L_{(\sigma)} \quad (p) = N_3 (p + Q_p) - 2 Q_\sigma,$$

$$-Q_\sigma \leq \sigma \leq L_{(\sigma)} \quad (p).$$

Mit den Beziehungen (4) bis (9d) werden zwar die Grundzustände $N = 0$ beschrieben, doch ist keineswegs jede Zahlenkombination $k, n, m, p, \sigma, P, Q, q, \mathcal{R}$ zur Beschreibung einer Masse M_0 zulässig. Vielmehr existieren Auswahlregeln, durch welche die Gesamtheit möglicher Zahlenkombinationen sehr stark eingeschränkt wird. Zunächst kann k nur die Werte 1 oder 2

annehmen. Auch ist zu berücksichtigen, daß es zu jeder Elementarstruktur des R_4 (bezeichnet als R_4^+ - Struktur -) eine spiegelsymmetrische Antistruktur (R_4^-) gibt, was zweckmäßig durch den Faktor $\varepsilon = \pm 1$ für die $R_4^\pm$ - Strukturen zum Ausdruck gebracht wird. Es gilt also

$$(10) \quad k = 1, k = 2, \varepsilon(R_4^\pm) = \pm 1$$

und damit kann eine Auswahlregel angegeben werden, welche die n, m, p, σ durch die Quantenzahlen $k, P, Q, \mathcal{K}, q$ und N ausdrückt. Diese Auswahlregel lautet

$$(11) \quad (n + Q_n)^2 \alpha_1 + (m + Q_m)^2 \alpha_2 + (p + Q_p) \alpha_3 + \\ + \exp \left[- \frac{2k-1}{3} Q_\sigma \right] (\sigma + Q_\sigma) = W_{N=0} (1 + f(N)),$$

worin zur Kürzung die neuen Koeffizienten

$$(11a) \quad \alpha_1 = N_1, \quad 2 \alpha_2 = 3 N_2, \quad 2 \alpha_3 = N_3$$

eingeführt wurden. $f \geq 0$ für $N \geq 0$ ist die Anregungsfunktion, während für den vom Anregungszustand unabhängigen Faktor

$$(11b)\# \quad W_{N=0} = A e^x (1 - \eta)^L + (P - Q) (1 - (\frac{P}{2})) (1 - (\frac{Q}{2})) (1 - \sqrt{\eta})^2 \sqrt{2}$$

gilt. Hierin ist

$$(12a)\# \quad (2 - k + 8 H (k - 1)) A = 8 g H$$

mit

$$(12b)\# \quad H = Q_n + Q_m + Q_p + Q_\sigma$$

$$(12c) \quad g = Q_n^3 + Q_m^2 + \frac{Q_p}{k} e^{k-1} + \exp \left[- \frac{2k-1}{3} \right] - \\ - H (k - 1), \quad L = (1 - \mathcal{K}) Q (2 - k).$$

Ferner gilt

$$(13a) \quad x = (1 - Q - (\frac{P}{2})) (2 - k) + \frac{1}{4B} (a_1 + \\ + \frac{k^3}{4H} (a_2 + \frac{a_3}{4B})).$$

Hierin gilt

$$(13b)^\# \quad k^2 (2k - 1) B = 3H,$$

während für die drei Parameter a_1 , a_2 und a_3 kombinatorische Beziehungen gelten, für welche

$$(13c)^\# \quad a_1 = 1 + B + k (Q^2 + 1) \binom{Q}{3} - \\ - \mathcal{R} ((B - 1) (2 - k) - 3 (H - 2 (1 + q)) (P - Q) + 1) - \\ - (1 - \mathcal{R}) ((3 (2 - q) \binom{P}{2}) - \\ - Q (3 (P + Q) + q)) (2 - k) + (k (P + 1) \binom{P}{2} + \\ + (1 + B/k (k + P - Q)) (1 - \binom{P}{2}) (1 - \binom{Q}{3})) - \\ - q (1 - q) \binom{Q}{3} (k - 1))$$

sowie

$$(13d)^\# \quad a_2 = B (1 - \binom{Q}{3} (1 - \binom{P}{3})) + 6/k - \mathcal{R} (Q/2 (B - 7k) - \\ - (3q - 1) (k - 1) + 1/2 (P - Q) (4 + (B + 1)(1 - q))) - \\ - (1 - \mathcal{R}) [(P (B/2 + 2 + q) - Q (B/2 + \\ + 1 - 4 (1 + 4q))) (2 - k) + (1/4 (B - 2) (1 + \\ + 3/2 (P - Q)) - B/2 (1 - q) - \binom{P}{2} ((1/2 (B + q) - \\ - \varepsilon q) + 3 \varepsilon q) (2 - \varepsilon q) - 1/4 (B + 2) (1 - \\ - q))) (1 - \binom{Q}{3}) (k - 1) - \binom{P}{3} (2 (1 + \varepsilon q) + \\ + 1/2 (2 - q) (3(1 - q) + \varepsilon q) - q) - \\ - q/4 (1 - q) (B - 4) - 1/4 (B - 2) + B/2 (1 - q))]]$$

und

$$(13e)^\# \quad a_3 = 4B \frac{y}{1+y} - (B + 4)^{-1}$$

mit

$$(13e_1) \quad 2By = \mathcal{R} \left(\frac{\sqrt{\eta}}{k} (4 (2 - \sqrt{\eta}) - \pi e (1 - \eta) \sqrt{\eta}) \cdot \right. \\ \cdot (k + e \sqrt{\eta} (k - 1)) + \frac{5(1-q)}{2k+(-1)^k} (4B + P + Q)) + \\ + (1 - \mathcal{R}) [(P - 1) (P - 2) \left(\frac{2}{k^2} (H + 2) + \frac{2-k}{2\pi} \right) + \\ + \binom{P}{2} (1 - \binom{Q}{3}) (q B/2 (B + 2 (P - Q)) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ P (P + 2) B + (P + 1)^2 - q(1 + \varepsilon q_{\mathcal{L}})(k (P^2 + \right. \\
 & + 1) (B + 2) + 1/4 (P^2 + P + 1)) - q (1 - \varepsilon q_{\mathcal{L}}) \cdot \\
 & \cdot (B + P^2 + 1) \left. \right\} (k - 1) + ((P - Q) (H + 2) + \\
 & + P (5 B (1 + q) Q + k (k - 1) (k (P + Q)^2 (H + \\
 & + 3 k + 1) (1 - q) - 1/2 (B + 6 k)))) (1 - (\frac{P}{2})) \cdot \\
 & \cdot (1 - (\frac{Q}{3})) + (\frac{P}{3}) (2 - q) Q (\varepsilon q_{\mathcal{L}} (B + 2 Q + 1) + \\
 & + \frac{q}{2k} (1 - \varepsilon q_{\mathcal{L}}) (2 k + 1) + (1 - q)(Q^2 + 1 + 2B))]
 \end{aligned}$$

Für die Anregersfunktion f aus (11) erhielten wir den Ausdruck

$$(14) \quad f(N) = \frac{a N}{N+1} + b N$$

mit den Substitutionen

$$\begin{aligned}
 (14a) \quad X \ a \ \eta_{qk}^2 \ \sqrt{\eta_{qk}} &= \frac{P^2}{k\omega} (\omega - k (\omega - c)) + (k - 1) \cdot \\
 &\cdot (\pi/4 \ (\frac{P}{3}) - \eta_{1,1} \ (\frac{P}{2}))
 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 (14a_1) \quad \frac{X-1}{X^2} &= 4 \alpha \frac{B + k + 1}{1 - \alpha^2} \frac{1 - 5\alpha^2}{1 - 5\alpha^2} - 2 \left(\frac{3}{4} \frac{\alpha}{\pi}\right)^2 - \\
 &- q \left(\pi/2 - 1 - \alpha^2 \frac{\pi e(1+\sqrt{\eta})}{2\sqrt{\eta}(1-6\alpha^2)}\right)
 \end{aligned}$$

sowie

$$\begin{aligned}
 (14b) \quad 2 (b + c) \ \eta_{qk}^2 \ \sqrt{\eta_{qk}} &= \alpha \ \sqrt[3]{8} (P^2 + 1) \cdot \\
 &\cdot (1/2 (1 + \sqrt{\eta}) (1 + \eta_{1,1} \ \eta_{1,2} \ c/\omega \ (\frac{P}{3}) (k-1)) + \\
 &+ (k - 1) (\sqrt[3]{\eta_{1,2}} - 8 (\frac{P}{2}) (P^2 + 1)^{-1}))
 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 (*) (14b_1) \quad C &= \pi (1 - \sqrt{\eta})^2 \left[1 + \sqrt{\pi} (k - 1) + \frac{P}{k} (3/e + \right. \\
 &+ q (8 + \eta_{qk})) + \frac{4\pi e}{\sqrt{\eta}} (1 - X) (1 - q \frac{3}{5} \frac{\pi \eta}{e \eta_{qk}}) -
 \end{aligned}$$

$$- 2 (k - 1) \binom{P}{2} (3 - P) (2 e (\eta + \eta_{qk}) + \\ + \frac{\pi e}{3 \sqrt{\eta}} \varepsilon q_k) + \frac{8 \pi e}{\sqrt{\eta}} \mathcal{K} (k-1) \left(\frac{e}{\sqrt{\eta}} - \frac{q}{\sqrt{e}} \right) \Big] ,$$

jedoch sind diese Beziehungen vorerst noch nicht ganz gesichert.* Anregungen können sich auch in einer Änderung des Drehimpulses äußern. Da Q die doppelte Drehimpulsquantenzahl ist, könnte sich Q ($N = 0$) additiv um gerade Zahlen $2z$ mit der ganzzahligen Funktion $z(N)$ ändern, so daß

$$(14c) \quad Q(N) = Q(N = 0) + 2z(N)$$

zu setzen ist. Hierin ist jedoch die ganzzahlige Beziehung $z(N)$ noch völlig unbekannt. Schließlich bedeutet Anregung stets eine Erhöhung des Energieinhaltes, die nach dem Energie-materieäquivalent immer einen Massenanstieg zur Folge haben muß. Wenn also der Grundzustand M_0 eines Quantenzahlensatzes vorgegeben ist, dann muß das zu M_0 gegebene Spektrum der Anregungen in seinem Verlauf monoton steigen, d. h., es muß die Bedingung

$$(14d) \quad M(N_B) - M(N_A) > 0, \quad N_B > N_A$$

gelten. Liegen zwischen N_A und N_B noch Zustände $M(N_Y)$ mit $N_A < N_Y < N_B$, derart, daß für alle diese N_Y die Forderung (14d) in der Form $M(N_Y) - M(N_A) < 0$ trotz $N_Y > N_A$ nicht erfüllt ist, dann werden diese $N_B - N_A - 1$ Zustände vom Energieprinzip ausgeschlossen, so daß (14d) als eine Auswahlregel der N (bedingt durch das Energieprinzip) aufgefaßt werden kann.⊗ Schließlich ist noch zu berücksichtigen, daß die σ -Besetzung des externen Bereiches eines Terms $M(N)$ wegen dieses externen Charakters eine zusätzliche Anregung erfahren kann. Sind die Zonen eines solchen Terms durch n_N, m_N, p_N und σ_N besetzt, und ist $L_{(\sigma)}(p_N)$ nach (9d) die Vollbesetzung des Externbereiches bezogen auf p_N , dann kann

* α ist hier die wahre Feinstrukturkonstante.

⊗ s. Seite 20a.



Ergänzung zu Seite 19

Die linke Seite der Gleichung 14b₁ ist durch den Summanden

$$- 2 e \frac{\mathcal{R} q}{\eta^2} \cdot (2-k) \cdot (1 - \eta)^2$$

zu ergänzen.

⊗ Ergänzung zu Seite 20

Dieses Auswahlprinzip gilt jedoch nur für stufenweise Anregungen, doch bedeutet dies noch nicht, daß die der Gleichung (14 d) nicht genügenden Terme keine Existenz haben. Es handelt sich bei ihnen vielmehr um Zustände, die ihr jeweiliges durch N gekennzeichnetes Niveau nur durch einen Anregungsprozeß des Grundzustandes erreichen können. Die gesamte durch N gekennzeichnete Energie kann also nur durch einen einzigen Prozeß (evtl. Resonanzvorgang) dem Grundzustand zugeführt werden. Das zu jedem Grundzustand gehörende Spektrum N kann demnach als Überlagerung von zwei Spektren aufgefaßt werden, nämlich dem Spektrum N möglicher stufenweiser Anregungen die (14 d) genügen und dem Spektrum N von Termen, die nicht stufenweise, sondern nur durch einen einzigen energetischen Vorgang entstehen können.

$$(14e) \quad K_B = L_{(\sigma)} (p_N) - \sigma_N$$

eine von 0 verschiedener ganze Zahl sein, welche als Bandbreite die Zahl möglicher Externfeldanregungen eines Anregungszustandes $M(N)$ angibt, wobei N nach (14d) erlaubt sein muß. Wegen (5e₁) bestehen diese K_B wiederum aus diskreten Termen, welche ein äquidistantes Substrater zum jeweiligen Hauptterm $M(N)$ bilden. Der äquidistante Termabstand innerhalb dieser „Feinstruktur“ beträgt wegen $\delta(N) = 0$ für $N > 0$ nach (4) nur $4 \mu \alpha_+$, was 9,28718 Elektronenkilovolt entspricht.

Aus physikalischen Gründen ist die Massendivergenz $M(N) \rightarrow \infty$, und damit auch $N \rightarrow \infty$ auszuschließen. Wenn aber $N < \infty$ bleibt, dann muß es eine obere Schranke $L(N) < \infty$ der Anregung geben, sodaß

$$(15) \quad 0 \leq N \leq L(N) < \infty$$

den Definitionsbereich der Folge N positiver ganzer Zahlen präzisiert. Hier kann $L(N)$ nur in (11) eine Maximalbesetzung aller vier Strukturzonen kennzeichnen. In (9a) beschreibt $L(n)$ eine solche Maximalbesetzung des Zentralbereiches, wenn der Grundzustand M_0 vorgegeben ist. Wird nun $L_{(m)}(n)$ auf $L_{(n)}$ bezogen, dann gelte $L_{(m)}(L_{(n)}) = L_{(m)}$ und entsprechend $L_{(p)}(L_{(m)}) = L_{(p)}$ oder $L_{(\sigma)}(L_{(p)}) = L_{(\sigma)}$.

Werden diese Maximalbesetzungen anstelle von n, m, p, σ in (11) eingesetzt, dann kann nur $N = L(N)$ diese obere Schranke (15) sein. Die Bestimmungsgleichung der Anregergrenze ist demnach gegeben durch

$$(15a) \quad (Q_n + L_{(n)})^{\alpha_1} + (Q_m + L_{(m)})^{\alpha_2} + (Q_p + L_{(p)})^{\alpha_3} + \exp \left[- \frac{2k-1}{3Q_\sigma} (Q_\sigma + L_{(\sigma)}) \right] = \\ = W_{N=0} \left(1 + \frac{a L(N)}{1 + L(N)} + b L(N) \right).$$

Korrektur zu Seite 21 :

Der Nebensatz auf Seite 21 Zeile 4 von oben

.... ,,wobei N nach (14d) erlaubt sein muß'' entfällt.
Statt dessen auf Zeile 5 von oben :

Ergibt sich $K_B = 0$, dann besteht keine Möglichkeit einer externen Anregung. Desgleichen ist im Fall $K_B < 0$ diese Möglichkeit nicht gegeben; denn in diesem Fall würde der Term vor seinem Zerfall zunächst durch eine Emission das tiefste Niveau $K_B < 0$ anstreben. Nur im Fall $K_B > 0$ der Beziehung (14 e) liegt die Möglichkeit einer externen Anregung vor.

Fehlt im Folgenden bei Q die Angabe $Q(N)$, dann bezieht sich Q stets auf $N = 0$. Wenn nun für einen Grundzustand die Quantenzahlen $k, P, Q, \mathcal{N}$ und q_1 sowie seine Anregung N vorgegeben sind, und wenn darüberhinaus $\varepsilon = +1$ oder $\varepsilon = -1$ festliegt, dann kann mit (11a) bis (14b₁) der numerische Wert der rechten Seite von (11), nämlich $w_{N=0} (1+f) = w$ ermittelt werden. Wegen (9a) bis (9d) und (11) können aus w nunmehr n, m, p und σ nach einem Exhaustionsverfahren bestimmt werden. $K \geq 1$ sei die Folge natürlicher Zahlen. Man bildet zunächst $w - K' \alpha_1 \geq 0$ und läßt K solange steigen, bis bei $K = K_n$ das Vorzeichen wechselt. Dann wird K_n um 1 vermindert, was zu $w - (K_n - 1)' \alpha_1 = w_1$ führt. Dieses Verfahren wird mit w_1 in der Form $w_1 - K'' \alpha_2 \geq 0$ wiederholt. Bei $K = K_m$ wechselt das Vorzeichen, was die Bildung von $w_1 - (K_m - 1)'' \alpha_2 = w_2 \geq 0$ gestattet. In völliger Analogie liefert dann der lineare Anteil $w_2 - K \alpha_3 \geq 0$ die Beziehung $w_2 - (K_p - 1) \alpha_3 = w_3 \geq 0$. Mit der Kürzung $3 \beta Q_\sigma = 2k - 1$ kann nunmehr $w_3 - e^{-\beta K} \leq 0$ gebildet werden, was mit ansteigendem K wächst, bis bei $K = K_\sigma$ das Vorzeichen positiv wird, wonach K_σ auch um den Wert 1 zurückgenommen wird. Aus den nunmehr bekannten Grenzen K_n bis K_σ sind nun n, m, p, σ nach

$$(16a) \quad n = K_n - 1 - Q_n$$

$$(16b) \quad m = K_m - 1 - Q_m$$

$$(16c) \quad p = K_p - 1 - Q_p$$

$$(16d) \quad \sigma = K_\sigma - 1 - Q_\sigma$$

zu errechnen. Die hierdurch ergänzten Quantenzahlen reichen zur Errechnung der betreffenden Masse nach (4) bis (8f) aus.

Es gibt eine zahlentheoretische Funktion $C(k, P, Q, \mathcal{K})$, die von uns als Konfigurationstransfer bezeichnet wurde, weil sie die Wandlung interner Strukturelemente in das Erscheinungsbild des elektrischen Ladungsfeldes vermittelt und bei Reaktionen der Elementarstrukturen untereinander erhalten bleibt. Für C gilt

$$(17) \quad k(1 + \mathcal{K}) C = 2(P \varepsilon_P + Q \varepsilon_Q)(k - 1 + \mathcal{K}),$$

worin

$$(17a) \quad \varepsilon_P = \varepsilon \cos \pi Q \left(\mathcal{K} + \left(\frac{P}{2} \right) \right)$$

und

$$(17b) \quad \varepsilon_Q = \varepsilon \cos \pi Q \left(Q + \left(\frac{P}{2} \right) \right)$$

zur Kürzung eingeführt wurde. Mit dieser Funktion können nun die Quantenzahlen $q_{\mathcal{K}}$ des Ladungsfeldes der jeweiligen Multipllettkomponente auf k, P, Q und $\mathcal{K}$ zurückgeführt werden. Für diese mit dem Ladungsvorzeichen versehenen Ladungsquantenzahlen gilt die Darstellung

$$(18) \quad 2 q_{\mathcal{K}} = (P + 2 - \mathcal{K})(1 - \mathcal{K} Q (2 - k)) + C + \varepsilon(k - 1 - (1 + \mathcal{K}) Q (2 - k)),$$

womit die Gesamtheit aller Elementarstrukturen auf die Fundamentalquantenzahlen $k, P, Q, \mathcal{K}$ reduziert wurde. Die Beziehungen 17 und 18 sind von der Entscheidung $\varepsilon = \pm 1$ aus (10) abhängig. Zur Vermeidung der Zweideutigkeit (insbesondere bei Tabulierungen) erschien es uns sinnvoll, C und $q_{\mathcal{K}}$ mit dem Faktor ε in der Form εC und $\varepsilon q_{\mathcal{K}}$ anzugeben, wodurch das Vorzeichen eindeutig wird. Auch hängen diese Größen nicht mehr von der Zweideutigkeit der $R_4^{\pm}$ -Strukturen ab. So tritt beispielsweise im ganzen System (14) bis (15) die Größe $q_{\mathcal{K}}$ stets als $\varepsilon q_{\mathcal{K}}$ auf, woraus folgt, daß die Masse irgendeiner elementaren R_4^+ -Struktur mit derjenigen der Antistruktur identisch ist. Neben dieser Darstellung elementarer Ladungsfelder existiert noch eine Summationsregel der Ladungskomponenten aller Multipletts x_{γ} für einen k -Wert.

Besteht ein Multiplett $x_\gamma (k, P, Q, \lambda)$ aus $1 \leq \lambda \leq P_\gamma + 1$ Komponenten, dann gilt für die Summe aller Ladungsquantenzahlen der für k möglichen x_γ , also

$$(19) \quad S_k = \epsilon \sum_{\gamma} \sum_{\lambda=1}^{1+P_\gamma} q_\lambda^{(\gamma)}$$

die einfache Beziehung

$$(19a) \quad S_k = (-1)^k,$$

mit deren Hilfe untersucht werden kann, ob von den theoretisch möglichen Multiplettstrukturen x_γ für k einzelne Multipletts ausgeschlossen werden müssen.

Zwar wurden die variablen Quantenzahlen der einheitlichen Massenbeziehung (4) auf die Fundamentalzahlen (k, P, Q, λ) reduziert, doch können diese Quantenzahlen auch nicht durch beliebige Zahlenquadrupel dargestellt werden. Für k gibt es nach (10) nur $k = 1$ und $k = 2$, doch bestimmt der k -Wert die für ihn möglichen Multiplettstrukturen x_γ durch das ganzzahlige Isospinintervall

$$(20a) \quad 0 \leq P \leq 2k.$$

Hier wird wiederum durch P mit dem Einheitselement $\lambda = 0$ oder $\lambda = 1$ festgelegt, wobei es im Fall des Doublets, $1 \leq \lambda \leq \lambda_k$ Möglichkeiten

$$(20b) \quad \lambda (\lambda) = (1 - \delta_{1,\lambda}) \delta_{1,P}$$

gibt, deren Begrenzung λ_k wiederum gemäß

$$(20b_1) \quad 1 \leq \lambda \leq \lambda_k = k + 1 - (-1)^k$$

allein von k bestimmt wird. Auch die Drehimpulsquantenzahl ist gemäß $Q = k - 1$ für die in k möglichen P durch k festgelegt, doch kann es innerhalb des Intervalls (20a) der möglichen x_γ Isospine $\underline{P}$ geben, bei denen Q um $\Delta Q = k$

additiv auf $\underline{Q} = Q + \Delta \quad Q = 2k - 1$ erhöht ist.
Von den möglichen von k festgelegten Drehimpulsen

$$(20c) \quad Q = k - 1, \quad \underline{Q}(\underline{P}) = 2k - 1$$

sind die $\underline{Q}$ den Isospinen $\underline{P}$ zugeordnet, welche durch die Lösungen der quadratischen Gleichung

$$\underline{P}^2 - \underline{P}(k+1) + 5k = 2(k^2 + 1)$$

also

$$(20d) \quad \underline{P}_{(1)} = 2 - k, \quad \underline{P}_{(2)} = 2k - 1$$

allein wiederum durch k festliegt. Wegen (20a) bis (20d) gehen also auch die fundamentalen Quantenzahlen und damit alle Quantenzahlen des einheitlichen Massenspektrums auf die beiden möglichen k -Werte (10) zurück.

Die Gesamtheit der Beziehungen (4) bis (20d) bilden drei ineinander verschränkte Systeme. (17) bis (20d) gestattet eine Ermittlung der möglichen Multipllettstrukturen x_γ aus Grundzuständen, die durch die Quantenzahlen $k, P, Q, \mathcal{K}, q_\lambda$ mit der Eigenschaft C beschrieben werden, und zwar durch k allein. Mit (9a) bis (16d) können wiederum n, m, p, σ für $N = 0$, aber auch n_N bis σ_N des Anregerspektrums zu dem betreffenden Grundzustand numerisch ermittelt werden, während (4) bis (8f) schließlich das Massenspektrum explizit liefert.

Zunächst sollen die möglichen $x_\gamma(k, P, Q, \mathcal{K})$ für die k aus (20a) bis (20d) ermittelt werden. Da die Quantenzahlen $k, P, Q, \mathcal{K}$ grundsätzlich einstellige ganze Zahlen sind, werden bei ihrer Angabe die Komata fortgelassen. Für $k = 1$ gibt es wegen $2k = 2$ neben Singulett $P = 0$ und Doublett $P = 1$ das Triplett $P = 2$. Im allgemeinen handelt es sich wegen $Q = k - 1 = 0$ um Skalarterme, doch sind auch Spinortermine $\underline{Q} = 2k - 1 = 1$ bei $\underline{P}_{(1)} = 2 - k = 1$ und $\underline{P}_{(2)} = 2k - 1 = 1$, also als Doublettstrukturen möglich. Auf jeden Fall existiert ein Singulett x_1 (1000).

Wegen $\lambda_1 = k + 1 - (-1)^k = 3$ existieren drei Doubletts $\mathcal{R}(1) = 0$ und $\mathcal{R}(2) = \mathcal{R}(3) = 1$, von denen zwei Spinordoubletts sind, während eines ein Skalar-doublett sein muß. Da diese drei Doublettstrukturen aber voneinander verschieden sein müssen, kann $\mathcal{R} = 0$ auf keinen Fall dem Skalar-doublett zugeordnet sein. Die einzige mögliche Form dieser drei Doublettstrukturen ist dann x_2 (1101) sowie x_3 (1110) und x_4 (1111). Darüberhinaus muß es noch ein Triplet x_5 (1200) geben, womit die Möglichkeiten für $k = 1$ erschöpft sind.

Im Falle $k = 2$ gibt es wegen $2k = 4$ über das Triplet hinaus noch die Möglichkeit des Quartetts $P = 3$ und des Quintetts $P = 4$. Die Terme sind wegen $Q = k - 1 = 1$ sämtlich Spinore, für welche $Q = 2k - 1 = 3$ beim Singulett

$$\underline{P}_{(1)} = 2 - k = 0 \text{ und beim Quartett } \underline{P}_{(2)} = 2k - 1 = 3$$

liegt. Mithin gibt es die beiden Singulettstrukturen x_6 (2030) und x_7 (2010). Im Fall der Doublettstrukturen

muß es für $k = 2$ wegen $\lambda_2 = k + 1 - (-1)^k = 2$ die beiden Formen $\mathcal{R}(1) = 0$ und $\mathcal{R}(2) = 1$, also x_8 (2110) und x_9 (2111) geben. Für das Triplet wäre x_{10} (2210) zu setzen, während für die beiden Quartettstrukturen x_{11} (2330) und x_{12} (2310) zu setzen ist. Schließlich gibt es für das

Quintett nur noch die Möglichkeit x_{13} (2410). Weitere Multipletts kann es aber nach (20a) bis (20d) für $k = 2$ nicht mehr geben. Mithin beschreiben die x_γ ($k P Q \mathcal{R}$) mit $1 \leq \gamma \leq 13$ die grundsätzlich möglichen Multiplettstrukturen der Grundzustände.

Aus diesen Zahlenquadrupeln der möglichen x_γ können nun die ϵC nach (17) bis (17b) und die ϵq_k nach (18) numerisch bestimmt werden. Mit der Schreibweise (ϵC) x_γ ($\epsilon q_1 \dots \epsilon q_{P+1}$) ergibt sich das folgende Schema

$$(0) x_1 (0), (1) x_2 (1,0), (0) x_3 (0,-1), (0) x_4 (-1),$$

$$(0) x_5 (1,0,-1) \text{ für } k = 1, \text{ sowie}$$

(-3) x_6 (-1), (-1) x_7 (0), (0) x_8 (1,0), (-2) x_9 (0,-1),
 (-1) x_{10} (1,0,-1), (0) x_{11} (2,1,0,-1), (-2) x_{12} (1,0,-1,-2),
 (3) x_{13} (4,3,2,1,0) für $k = 2$.

Nunmehr können nach (19) die εq_γ für die k summiert werden, was für $k = 1$, also $1 \leq \gamma \leq 5$ die Summe $S_1 = -1$ in Ubereinstimmung mit $(-1)^k = -1$ nach (19a) steht. Für $k = 2$, also $6 \leq \gamma \leq 13$ ergibt sich dagegen $S_2 = 9$, was einen Widerspruch zu (19a), also $(-1)^k = +1$ bildet, woraus folgt, daß mindestens ein Multiplett für $k = 2$ ausgeschlossen werden muß.

Werden die Schemata $x_\gamma (k P Q \mathcal{R})$ und $(\varepsilon C) x_\gamma (\varepsilon q_1 \dots \varepsilon q_{p+1})$ zusammengestellt und mit den vermessenen Quantenzahlen der empirisch bekannten stabilen bzw. nahezu stabilen Elementarteilchen verglichen, dann erscheint zunächst eine Interpretation von C als die aus empirischen Gründen eingeführte Seltsamkeitsquantenzahl gegeben. Weiter ergeben sich aus einem derartigen Vergleich - wenn die Antiteilchen durch Überstreichung und Einklammerung gekennzeichnet werden - die folgenden Interpretationen:

$x_1 \equiv \eta (\bar{\eta})$ sowie $x_2 \equiv K^+, K^0 (\bar{K}^-, \bar{K}^0)$ und $x_5 \equiv \pi^\pm, \pi^0 (\bar{\pi}^\mp, \bar{\pi}^0)$ eindeutig. x_3 und das wegen $k = \mathcal{R} = Q = 1$ als Pseudodoublett erscheinende x_4 müssen durch Elektron-

und μ - Meson interpretiert werden. Nun ist die Elektronenmasse wesentlich kleiner als die Masse einer jeden anderen Multiplettkomponente, so daß auch der W -Faktor in (11) für das Elektron wesentlich kleiner als für alle anderen Zustände sein muß. In $W_{N=0}$ tritt aber $(1 - \eta)^L$ mit $L = (1 - \mathcal{R})$.

$Q (2-k)$ als Faktor auf. L ist aber nur für $k = Q = 1$ und $\mathcal{R} = 0$ von null verschieden, nämlich $L = 1$, während für alle anderen Zustände $L = 0$ ist. Dies bedeutet aber, daß nur im Fall $k = Q = 1$ und $\mathcal{R} = 0$ in $W_{N=0}$ der Faktor

$1 - \eta \approx 0,01$ auftritt, der wegen $L = 0$ in allen anderen Fällen zu 1 wird. Die Bedingung $1 - \eta \approx 0,01$ und $L = 1$, also $k = Q = 1$ und $\mathcal{K} = 0$ ist aber nur bei x_3 erfüllt, so daß x_3 eine Struktur extrem niedriger Masse darstellt. Es kann demnach $x_3 = e^-, e_0 (\bar{e}^+, \bar{e}_0)$ als Elektron und das Pseudodoublett $x_4 = \mu^-, \mu^+ (\bar{\mu}^+, \bar{\mu}_0)$ als μ -Meson interpretiert werden. Diese Interpretationen fordern allerdings eine empirisch noch nicht aufgefundenes elektrisch neutrales Komplement e_0 zum Elektron, Durch e_0 entsteht unserer Auffassung nach kein Widerspruch zur Quantenelektrodynamik; denn die Gültigkeit dieser Quantenelektrodynamik setzt elektrische Elementarladungen $e_{\pm}$ nach (2) voraus, was aber bei e_0 nicht erfüllt ist. Auch wird sich voraussichtlich der Wirkungsquerschnitt von e_0 als derart gering erweisen, daß eine empirische Untersuchung eine ähnliche Problematik mitsich bringen wird, wie die Empirie der Neutrinos. Von $\gamma = 6$ bis $\gamma = 10$ werden die Interpretationen völlig eindeutig. Man erhält $x_6 = \Lambda^-, \Lambda^+ (\bar{\Lambda}^+, \bar{\Lambda}_0)$, $x_7 = \Lambda (\bar{\Lambda})$, $x_8 = p, n (\bar{p}, \bar{n})$, $x_9 = \Sigma^-, \Sigma^0 (\bar{\Sigma}^+, \bar{\Sigma}^0)$ und $x_{10} = \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^- (\bar{\Sigma}^-, \bar{\Sigma}^0, \bar{\Sigma}^+)$. Da diese Multiplettstrukturen tatsächlich existieren, kann sich die für $k = 2$ geforderte Ausschließung nach (19) und (19a) nur aus x_{11} bis x_{13} beziehen. Die einzige Möglichkeit, die zu $S_2 = +1$ führt, besteht aber im Ausschluß der Multipletts x_{12} und x_{13} , während x_{11} zugelassen werden muß. Von uns wurde x_{11} mit o bezeichnet, derart, daß $x_{11} = o^{++}, o^+, o^0, o^- (\bar{o}^{--}, \bar{o}^-, \bar{o}^0, \bar{o}^+)$ geschrieben wird. Aus diesen Identifikationen der zugelassenen 11 Multiplettstrukturen $N = 0$ folgt auch eine Interpretation von k ; denn alle empirisch als Mesonen bezeichneten Strukturen einschließlich des Elektrons und μ -Mesons sind in $k = 1$ und alle empirisch als Baryonen bezeichneten einschließlich der Nukleonen sind in $k = 2$ enthalten. Mithin

folgt, daß k um 1 vermindert mit der aus empirischen Gründen eingeführten Baryonenziffer identisch ist.

Die $1 \leq \gamma \leq 11$ Multiplettstrukturen $N = 0$ bestehen aus insgesamt 22 Komponenten, von denen jede als ein Elementarteilchen mit $\epsilon = +1$ im Grundzustand $N = 0$ erscheint. Hierzu existieren noch die 22 spiegelsymmetrischen Antistrukturen $\epsilon = -1$, doch hat $\epsilon = \pm 1$, wie schon erwähnt, keinen Einfluß auf die Partikelmasse M .

Etwas anders liegen die Verhältnisse bei einer einheitlichen Beziehung für die mittleren Lebensdauern T für die durch Gleichung 4 beschriebenen Massen der Elementarpartikel. Geometrisch handelt es sich bei T um die zeitartige Begrenzung des Zustandes in der Koordinate x_4 des raumzeitlichen Unterraumes R_4 . Ist $T_N = T(N) \ll T$ eine von N abhängige noch unbekannte Funktion (ebenfalls als Zeit dimensioniert), derart, daß $T_0 = 0$ für $N = 0$ ist, dann folgt aus dem anfangs zitierten Formalismus als einheitliche Beziehung der Existenzzeiten

$$(21) \quad \eta_{2,2} (1 - \sqrt{\eta})^2 (1 - \sqrt{\eta_{1,1}})^2 (1 - \sqrt{\eta_{1,2}})^2 (T - T_N) = \\ = 192 \frac{hHy}{Mc^2} (H+n+m+p+\sigma)^{-1} (n+|m|+|p| \beta_{(0)})^{-1} \delta(N),$$

worin M durch Gleichung(4) und H durch (12b) gegeben ist. Für $\delta(N)$ gilt wiederum (5 e₁), so daß für alle Anregungen $N > 0$ wegen $\delta(N) = 0$ immer $T = T_N$ zur Existenzzeit der kurzlebigen Anregungen und Resonanzen wird. Die Substitution y in (21) ist gegeben durch

$$(21a) \quad y = F(\varphi + (-1)^S (1+\varphi) (b_1 + \frac{b_2}{W_{N=0}})) .$$

Hier ist φ der massenwirksame Anteil aus (5e), während $W_{N=0}$ durch (11b) gegeben ist. Eine Analyse der Existenzzeiten liefert für (5e) nunmehr explizit

$$(21b) \# \quad \varphi = \frac{N_4 p^2}{1 + p^2} \frac{\sigma+Q}{\sqrt{1+\sigma^2}} (4\sqrt{2} - 4 B U W_{N=0}^{-1}) + \\ + P (P - 2)^2 (1 + \mathcal{R} \frac{1-q}{2\sqrt{3}\alpha}) (\pi/e)^2 \sqrt{\eta_{1,2}} (Q_m - Q_n) - \\ - \frac{1}{\alpha} (P + 1) \left(\frac{Q}{3} \right)$$

mit

$$(21b_1) \quad U \eta_{q,k}^2 = 2^{\mathbb{Z}} \left[P^2 + 3/2 \cdot (P-Q) + P (1 - q) + \right. \\ + 4 \mathcal{R} B \frac{1-Q}{3-2q} + (k-1) (P+2Q - \\ \left. - \frac{4\pi}{4\sqrt{2}} (P-Q) (1-q) \right)]$$

und

$$(21b_2) \quad \mathbb{Z} = k + \mathcal{R} + P + Q.$$

In diesen Beziehungen (21b) und (21b₁) wird B nach (13b) ermittelt. Für die noch offenen Substitutionen in (21a), nämlich F, s, b₁ und b₂ ist

$$(21c) \quad F = 1 - 1/3 \cdot (1-q) (P-1)^2 \cdot (3-P) (1+P-Q - \\ - \varepsilon C P/2) (1 + \beta_{(0)} (-1)^k) - \left(\frac{P}{3} \right) (1+D)$$

sowie

$$(21d) \quad s = 2 - k + \varepsilon C + \left| \frac{k, \mathcal{R}}{P, 2Q} \right| + \left(\frac{Q}{3} \right) + 1/k (P-1)(P-2)(P-3),$$

ferner

$$(21e) \quad b_1 = [P (7 + 6 (1-q) (C - \left(\frac{P}{2} \right)) - 2 q (1 - \left(\frac{P}{2} \right))) + \\ + \mathcal{R} Q ((3Z - 1) B + 1)] (2 - k) + \\ + 1/2 (1 - \mathcal{R}) ((q - \varepsilon q_{\mathcal{R}} - 2) Q + \varepsilon C P + \\ + 2 (P + 1) - (1 - q) \frac{P(P-3)}{1+P(P^2-1)} (4B - 6 + P))(k-1) - \\ - \left(\frac{P}{3} \right) (q - \varepsilon q_{\mathcal{R}})$$

und

$$\begin{aligned}
 (21f) \quad b_2 = & B(5B+3) + \frac{2H-3}{P+1} + C^k (B(3B+2(H+1)) + \\
 & + H + 1/2) (1-q) - Q(B(2(B+H)-1) + H/2 + 3) + \\
 & + Q q (B(3B+1) - 5/2)(k-Q) - \binom{P}{2} P^2 (P+Q)^2 (8B+ \\
 & + 1 - (5B - (2H+1)(1 + 2\binom{P}{3} - Q) + 2)q) - \\
 & - \binom{P}{2} H(1-q) - (B - c/\omega)^2 (P-1)(P-2)(P-3)(-1)^{k-1} + \\
 & + (Q-q)(1-q+Bq)(3(H+B) + \pi e/\eta - q/4)(P+1)^3(k-1) \\
 & + Q((-1)^{1-q}(7HB + 3(H+B) - 5/2) + \\
 & + (1-q)(H(3B-4) + B + 7/2))(k-1) + Q\binom{P}{2}((2-q) \\
 & - q)(1+q) (B/2(H+2) + c/\omega) + 5/2 HB + 3H - \\
 & - \frac{B+5}{P+1} - 5/2 H^2 \binom{P}{3} (q(1 + \pi/3(2-q)\eta_{2,2})B - \\
 & - ((2-q)(1-q))).
 \end{aligned}$$

Hier ist C nach (17) gegeben. Die erwähnte Asymmetrie von T für $N = 0$ zwischen $\epsilon = +1$ und den Antistrukturen $\epsilon = -1$ wird durch (21e) und (21f) bedingt, weil hier C ohne den Faktor ϵ auftritt. Dies ist aber nur in (21e) im mesonischen Bereich $k = 1$ relevant, während in (21f) wegen C^k das Vorzeichen von C ebenfalls nur für $k = 1$ erscheint, nicht aber für $k = 2$ (also im barionischen Bereich) weil es dann zur Quadratbildung kommt. Für $k = 1$ existiert aber nur im Fall des K -Doublets $C \neq 0$, und hier wird nach (21e) und (21f) die Asymmetrie allein für $q = 0$ wirksam. Man muß also im Fall des K^0 -Mesons mit $T(K^0) \neq T(\bar{K}^0)$ rechnen. Die in (21) noch auftretende Größe $\beta_{(0)}$ ist eine Konstante, welche die Funktion F mitbestimmt. Darüberhinaus reduziert $\beta_{(0)}$ den Einfluß der p -Besetzung in (21). Für diese Reduktionskonstante gilt explizit

$$(21g) \quad \beta_{(0)} = \frac{2\alpha}{\pi e} \left(\frac{1-\sqrt{\eta}}{1+\sqrt{\eta}} \right)^2.$$

Die in (21c) ebenfalls noch auftretende Funktion D ist nur abhängig von q und P . Die Konstante $\beta_{(0)}$ tritt in ihr als

ein Proportionalitätsfaktor auf. Für D gilt

$$(21h) \quad D (1 + 4 q^2 (q - 1) (2 q + 1)) = \\ = \frac{\eta \beta(0)}{3 \sqrt{2}} (1 - \sqrt{\eta})^4 p^{2 + \epsilon q} (p - 1)^{(q-1)q/2},$$

so daß nunmehr alle Bestimmungsstücke zur numerischen Untersuchung von (21) gegeben sind, was zugleich eine solche numerischen Untersuchung von (4) gestattet, weil durch (21b) und (21b₁) die Funktion φ aus (5c) zur Bestimmung von M nach (4) ebenfalls explizit vorliegt.

Zunächst kann festgestellt werden, daß für die 22 Grundzustände in den 11 möglichen und bereits interpretierten Isospinmultipletts die Quantenzahlen $k, P, Q, \epsilon q, \epsilon C$ und $\mathcal{K}$ durch die Systeme (17) bis (20d) und (10) bekannt sind. Mit diesen Quantenzahlen können nun die $W_{N=0}$ und somit die rechte Seite von (11) unter der Voraussetzung $N = 0$ numerisch ermittelt werden. Aus dieser Beziehung (11) können dann unter Verwendung der Methode (16a) bis (16d) die Besetzungen n, m, p und σ eines jeden Grundzustandes ermittelt werden. Hierbei erkennt man, daß sich im π -Triplet die mit $q = 1$ geladenen Komponenten nur im Ladungsvorzeichen unterscheiden, nicht aber in den übrigen Quantenzahlen sowie M oder T . Aus diesem Grunde wird π^+ und π^- durch ein Symbol nämlich $\pi^\pm$ dargestellt. Überhaupt scheint das π -Triplet sein Antitriplet zu sich selbst zu sein. Die Quanteneigenschaften dieser nunmehr auf 21 reduzierten Partikel $N = 0$, also $k, n, m, p, \sigma, P, Q, \epsilon q, \epsilon C$ und $\mathcal{K}$ wurden numerisch in Tabelle I Anhang A zusammengestellt.

Aus diesen Quantenzahlen können mit den Systemen (4) bis (8f₁) und (21) bis (21h) die jeweilige Masse M und die Existenzdauer T aller Multiplettkomponenten bei $N = 0$ numerisch ermittelt und mit der Empirie verglichen werden. In φ und $\beta(0)$ ist aber die SOMMERFELDSche Feinstrukturkonstante α enthalten, deren theoretischer Wert α' nach (3) jedoch fehlerhaft ist. Zwar würde der Fehler in den numerischen Werten für M und T praktisch kaum erscheinen, doch bot sich aus der Beschreibung der Internstruktur eine Möglichkeit an, den Einfluß dieser Internstruktur auf die Feinstrukturkonstante zu berücksichtigen.

Hierbei ist zu bemerken, daß das H- Atom durch die Wechsel-
beziehung von zwei Elementarladungen e_- des s -Elektrons und
 e_+ des p definiert ist, und daß die Wechselwirkung durch ein
quantisiertes elektrostatisches Feld bedingt wird. Zwar ist
dieses Feld externer Natur (η , aus (2a) und (2b)), doch sind
die internen Struktureigenschaften $k = 1$ des Elektrons und
 $k = 2$ des Protons durchaus relevant. Für α ergibt sich als
Korrektur der Beziehung (3) eine Gleichung vierten Grades,
nämlich

$$(22) \quad (2\pi)^5 \alpha \sqrt{1-\alpha^2} = 9 K_\alpha$$

mit der Internkorrektur

$$(22a) \quad K_\alpha = 1 - \frac{1 + \eta_{2,2}}{\eta_{1,1}\eta_{1,2}} \left(\frac{1-\sqrt{\eta}}{1+\sqrt{\eta}} \right)^2 \frac{3}{\pi \eta},$$

won der jedoch nur die positiven reellen Lösungen wegen
 $\alpha > 0$ verwendet werden dürfen. Für das reziproke Quadrat die-
ser Lösungen ergibt sich

$$(22b) \quad 2 \alpha_{(\pm)}^{-2} = \underline{D}^2 (1 \pm \sqrt{1-4/\underline{D}^2})$$

mit der Kürzung

$$(22b_1) \quad (2\pi)^5 = 9 K_\alpha \underline{D}.$$

Mit (2a), (2b) und (7a) ergibt sich für die numerischen
Werte dieser beiden Zweige $1/\alpha_{(+)} = 137,03604095$ und
 $1/\alpha_{(-)} = 1,00001422$. Der positive Zweig $\alpha_{(+)}$ deckt sich da-
her ganz gut mit dem Meßwert (1), so daß für die wahre Fein-
strukturkonstante

$$(22c) \quad \alpha = \alpha_{(+)}$$

gesetzt werden muß. Der negative Zweig liegt nahe beim Wert 1
und müßte eine sehr starke Koppelung beschreiben. Eine physi-
kalische Interpretation von $\alpha_{(-)}$ war im Verlauf der bisher-
gen Untersuchungen noch nicht möglich.

Mit der so korrigierten Feinstrukturkonstante wurden unter
Verwendung der Daten aus Tabelle I Anhang A die Massen M
in MeV und die Existenzzeiten T in 10^{-8} Sekunden nume-
risch für die möglichen Elementarkorpuskeln $N = 0$ errechnet

und in Tabelle II des Anhanges A zusammengestellt. Hier wird hinsichtlich T die Asymmetrie iB. auf $\epsilon = +1$ und $\epsilon = -1$ beim K^0 -Meson deutlich. Ein Vergleich dieser Tabelle II mit den mir verfügbaren Meßdaten¹⁰⁾ zeigt, daß die Beziehungen (2) bis (22c) die statischen Eigenschaften der Elementarkorpuskeln offenbar ganz gut wiedergeben.

Auch eine Aussage über das Neutrino-Phänomen ist nach unserer Auffassung möglich. Nimmt man an, daß im Zentralbereich einer Elementarstruktur eine euklidische Metrik herrscht, also keinerlei Strukturelement vorhanden ist, dann bedeutet dies

$L_{(n)} = -Q_n$, was nach (9a) bedeutet, daß auch für die ponderable Masse $M_0 = 0$ gilt. Nach (9b) bis (9d) hat aber

$L_{(n)} = -Q_n$ unmittelbar $L_{(m)} = -Q_m$, sowie $L_{(p)} = -Q_p$

und $L_{(\sigma)} = -Q_\sigma$ zur Folge, und dies bedeutet, daß auch die übrigen Strukturzonen der euklidischen Metrik genügen. In (4)

wäre dann $n = -Q_n$, $m = -Q_m$, sowie $p = -Q_p$ und

$\sigma = -Q_\sigma$ zu setzen, was $G + F + S = \phi$ zur Folge hat. Nach

(21b) bleibt aber trotz $\sigma + Q_\sigma = 0$ im allgemeinen $\phi \neq 0$

und auch $\phi \neq 0$ wird von den unteren Schranken der n , m ,

p und σ nicht berührt. Da andererseits die Existenz von e_+

aus (2) an eine minimale ponderable Masse (nämlich die Elektronenmasse M_e) gebunden ist, aber stets $\mu \alpha_+ (\phi + \phi) \leq M_e$ für

$\sigma + Q_\sigma = 0$ bleibt, ist auch $q = 0$ zu setzen. Wenn also

$\phi + \phi \neq 0$ wegen $P > 0$ oder $Q > 0$ ist, dann liefert (4)

trotz $n + Q_n = m + Q_m = p + Q_p = \sigma + Q_\sigma = 0$ eine

von 0 verschiedene Feldmasse, die jedoch nicht als ponderable

Korpuskel interpretierbar ist und offensichtlich nur eine Art

Spinpotenz darstellt, die sozusagen als ein „Feldkatalyt“

Transmutationen von Elementarkorpuskeln ermöglicht oder bei

ihren Reaktions- und Zerfallsprozessen die Gültigkeit bestimmter

Erhaltungsprinzipien (Drehimpuls) erzwingt. Dieses Verhalten

ist aber gerade denjenigen Eigenschaften adäquat, die aus em-

pirischen Gründen eine Neutrino-Definition erforderlich machten.

Setzt man ganz allgemein für die theoretische Neutrinomasse

$M_\gamma = \mu (\phi + \phi_0) \alpha_+$ gemäß (4), wobei ϕ_0 den Ausdruck (21b)

auf die unteren Schranken von n , m , p , σ bezieht, dann zeigt

sich, daß M_γ nur von den Quantenzahlen k, λ, P und Q bestimmt

wird. Offenbar können als Neutrinos nur Feldmassen $M_Y(k, P, Q, \mathcal{R}) > 0$ interpretiert werden, während die $M_Y \leq 0$ einer anderen physikalischen Deutung bedürfen. Werden wiederum zur Kürzung die Kommata zwischen den einstelligen Quantenzahlen k bis $\mathcal{R}$ fortgelassen, dann ergeben sich nach (20a) bis (20d) für $M_Y > 0$ die folgenden Möglichkeiten: $M_Y(1110) = M_Y(1111)$ und $M_Y(1200)$ im mesonischen, aber $M_Y(2110)$ und $M_Y(2111)$ im barionischen Bereich. Darüberhinaus muß es noch ein Neutrino geben, welches nur Drehimpuls $Q = 1$ überträgt und vom β -Übergang (z. B. Nukleonendoublett) gefordert wird. Für dieses Neutrino gibt es nur die beiden Möglichkeiten $M_Y(2010)$ oder $M_Y(1010)$. Im Fall (2010) wird aber $M_Y < 0$, so daß (1010) mit $M_Y > 0$ als β -Neutrino verbleibt. Zwar wird $k = Q = 1$ mit $P = \mathcal{R} = 0$ vom System (20a) bis (20d) ausgeschlossen, doch steht das Neutrino mit diesen Quantenzahlen hierzu in keinem Widerspruch, weil die betreffenden Auswahlregeln nur für ponderable Elementarkorpuskeln gelten, deren Konfigurationszonen mit Strukturelementen besetzt sind. Diese Bedingung ist aber für den Neutrinozustand definitionsgemäß nicht erfüllt. Durchläuft i die Ziffern von 1 bis 5 und symbolisiert γ_i Neutrinos mit positiver Feldmasse, dann gilt in der Schreibweise $\gamma_i(k P Q \mathcal{R})$ für die möglichen Neutrinos $\gamma_1(1010)$, ferner $\gamma_2(1110)$ und $\gamma_3(1200)$ für $k = 1$, aber $\gamma_4(2110)$ und $\gamma_5(2111)$ für $k = 2$. Darüberhinaus muß es für jedes γ_i die spiegelsymmetrische Antistruktur $\bar{\gamma}_i$ geben. Mit (4) und der Neutrinodefinition ist es nunmehr möglich, die theoretischen Massen M_Y zu bestimmen, die in Tabelle III Anhang A zusammengestellt wurden. Da sich diese Massen als überaus gering erwiesen, wurden sie in Elektronenkilovolt ausgedrückt. Offensichtlich kann das empirische β -Neutrino tatsächlich durch γ_1 und das empirische μ -Neutrino durch γ_2 interpretiert werden. Ob dagegen die übrigen Neutrinos γ_3 bis γ_5 ebenfalls in der Natur realisiert sind oder ob es sich dabei nur um nicht wirkliche logische Möglichkeiten handelt, kann vorerst offenbar nicht entschieden werden.

Zur numerischen Untersuchung der Zustände $N > 0$ muß das System (14) verwendet werden, was jedoch bis (14b₁) noch unsicher ist. Auch müßte die Funktion $z(N)$ aus (14c) bekannt sein. Tatsächlich ist z nicht gegeben, so daß auch $Q(N)$ der $N > 0$ vorerst noch unbekannt ist. Die numerischen Massenwerte der zu den Grundzuständen (Tabelle I Anhang A) gehörenden Spektren $N \geq 0$ können daher nur einen stark approximativen Charakter tragen. Auch können die Existenzzeiten solcher Zustände N , also die T_N , noch nicht beschrieben werden. Trotz dieser Unsicherheiten kann festgestellt werden, daß der durch die Approximation $z = 0$ für alle N , also $Q(N) = Q(0) = Q$ bedingte Approximationsfehler unter 0,1 MeV bleiben dürfte. Zur expliziten numerischen Bestimmung der Massen $M(N)$ wird für eine vorgegebene Komponente eines der 11 möglichen Multipletts mit (14) bis (14b₁) für die ebenfalls vorgegebenen N die Funktion $f(N)$ und damit die rechte Seite von (11) mit dem Faktor $1 + f > 1$ gerechnet. Der Faktor $W_{N=0}$ kennzeichnet hierbei wiederum den Grundzustand, so daß der unbekannte Verlauf $Q(N)$ und die Approximation $z = 0$ auf diesen Faktor keinen Einfluß hat. Nach der Methode (16a) bis (16d) können nunmehr die n_N bis σ_N und damit $M(N)$ in 10^{-31} [kg] bestimmt werden, was mit dem Umrechnungsfaktor aus der Vorbemerkung in Elektronenmegavolt ausgedrückt werden kann. Trotz der bestehenden Unsicherheit der Beziehungen (14) bis (14b₁) liefert die numerische Kalkulation über die Beziehungen (11) bis (13e₁) und (4) unter Berücksichtigung von (14d) ein Anregerspektrum für jeden Grundzustand, dessen Grenzen durch (15a) und dessen Feinstruktur durch (14e) gegeben sind. In diese Anregerspektren passen alle uns verfügbar gewordenen¹⁰⁾ empirischen Massen der sehr kurzlebigen Resonanzen überaus gut hinein; doch gibt es nach (14d), (14e) und (15a) wesentlich mehr Anregsterme als Resonanzen empirisch gefunden wurden. Dies kann entweder daran liegen, daß es irgendeine noch unbekannte Auswahlregel für die N gibt, oder aber diese Auswahl wird vorgetäuscht, weil die betreffenden Terme vorläufig nicht meßtechnisch erfaßbar sind. Von uns wurden derartige Zustände $N > 0$ numerisch bestimmt und von der relativ großen Zahl möglicher Zustände diejenigen ausgewählt, welche offensichtlich

die empirischen Resonanzmassen verhältnismäßig gut wiedergeben. Das Ergebnis dieser Arbeit wurde in Tabelle IV für $k = 1$ und in den Tabellen V bis Vb* für $k = 2$ unter der approximativen Voraussetzung $z(N) = 0$ (Approximationsfehler unter 0,1 MeV) zusammengestellt. Die N -Angaben der dritten Spalte unterscheiden zwischen N und $\underline{N}$, wobei die Unterstreichung bedeutet, daß es sich um einen Term handelt, welcher der Beziehung (14d) nicht genügt. Die eingeklammerten Werte dieser dritten aber auch der vierten Spalte (K_B nach 14e) beziehen sich auf evtl. elektrisch geladene Komponenten. Für die Δ -Zustände wurde $q = 2$ verwendet. In der fünften Spalte schließlich wurden die theoretischen Massen in MeV angegeben, wie sie sich aus dem im vorangegangenen diskutierten Schema ergeben. Auch hier bezieht sich die Einklammerung auf elektrisch geladene Komponenten. Offensichtlich werden diese Resonanzzustände trotz des approximativen Charakters $z(N) = 0$ einigermaßen wiedergegeben. Nur bei ω (783) und η' (958) für $k = 1$, sowie N (1688) für $k = 2$ tritt die erwähnte Unsicherheit der Beziehungen (14) bis (14b₁) in Erscheinung.

Gegenwärtig sind noch die Funktionen $z(N)$ und T_N unbekannt, während der Ansatz zu einer einheitlichen Beschreibung magnetischer Spinnmomente der Partikel mit $Q \neq 0$ durchaus vorliegt, aber in dieser Schrift noch nicht diskutiert werden soll. Eine Klärung dieser noch offenen Fragen wird sehr wahrscheinlich rückwirkend Korrekturen der Beziehungen (14a) bis (14b₁) zur Folge haben, von denen möglicherweise die bestehende Unsicherheit beseitigt wird. Erst dann ist der in der Vorbemerkung erwähnte Teil b vollendet und es kann a angeschlossen werden. Hier muß mit einer Beschreibung der Wirkungsquerschnitte begonnen werden. Eine derartige Beschreibung kann allerdings Korrekturglieder in ϕ und φ aus (5d) und (21b) nachsich ziehen, die jedoch in den numerischen Werten allenfalls in den Dezimalstellen wirksam werden können. Auch muß einschränkend erwähnt werden, daß in der (4) und (21) verbindenden Beziehung (21b) mit (21b₁) gewisse frei verfügbare Konstanten in der Form $\sqrt[4]{2}$, sowie $(\pi/e)^2$ und $4\pi\sqrt[4]{1/2}$ den empirischen Gegebenheiten angepaßt wurde.

Unabhängig von diesen Unvollständigkeiten kann jedoch bereits jetzt festgestellt werden, daß das Lösungsschema (2) bis (22c) durchaus den Anforderungen genügt, die an ein mathematisches Schema zu stellen sind, welches nahezu alle statischen Eigenschaften der Elementarkorpuskeln richtig wiedergibt. Es erscheint vom philosophischen Gesichtspunkt bemerkenswert, daß die einheitlichen zahlentheoretischen Funktionen, welche die Massen, die Existenzzeiten sowie die Eigenschaften des Spins, Isospins sowie der elektrischen Ladung und der sogen.

„Seltsamkeit“ aller Elementarkorpuskeln einheitlich beschreiben, im Grunde genommen auf nur zwei Parameter k und N zurückgehen, von denen k nur die Werte $k = 1$ oder $k = 2$ annehmen kann, während $N \geq 0$ die einfache Folge positiver ganzer Zahlen ist.

2.) Die makrokosmische Approximation.

Die im vorangegangenen Abschnitt 1) verwendeten Symbole q , M , m , σ , φ , g , A , B , H und L erhalten im Folgenden eine andere Bedeutung.

Der makrokosmische Bereich ist dadurch gekennzeichnet, daß zum einen die mikrokosmischen atomaren Elemente der mittleren Masse m nicht mehr einzeln erscheinen, sondern sehr große aber endliche Zahlen von $1 \ll L < \infty$ solcher mittlerer atomarer Massen makrokosmische Kollektiven $M = L m$ im physischen reellen Raum R_3 bilden; und daß zum andern die Distanzen r im R_3 wesentlich größer werden als die Wellenlängen der in 1) behandelten Elementarstrukturen. Es wird also das Korrespondenzprinzip wirksam, wonach die Quantenfelder in Feldkontinuen übergehen. Die einzelnen Massen M stehen über die r im R_3 nur noch durch die allgemeine Gravitation und elektromagnetische Wirkungen in physikalischen Zusammenhängen. Das Gravitationsfeld von M kann hier im kugelsymmetrischen Fall nach dem Newton'schen Gravitationsgesetz durch die asymptotische Skalarfunktion

$$(23) \quad \varphi_n = \gamma^2 M/r, \quad M = L m, \quad 1 \ll L < \infty$$

als Konsequenz der empirischen Kepler'schen Gesetze beschrieben werden. In bekannter Weise folgt aus (23) als Betrag der gravitativen Feldbeschleunigung

$$(23a) \quad g_n = - \gamma^2 M/r^2,$$

wodurch ein Attraktionsfeld $g < 0$ gekennzeichnet ist, welches sich für $r \rightarrow \infty$ dem Wert 0 nähert. Werden nun die einheitlichen nichtlinearen Feldgleichungen die zu (2) bis (22d) führten einer makrokosmischen Approximation unterworfen, dann ergibt sich zur Beschreibung der skalaren Feldfunktion $\varphi(r)$ im ungestörten Fall eine nichtlineare Differentialgleichung, deren Lösung durch

$$(24) \quad r \cdot q \cdot e^{-q} = \frac{\gamma^2 M}{2 c^2} (1 - r/\varrho)^2$$

mit den Kürzungen

$$(24a) \quad q = 1 - \sqrt{1 - \varphi/c^2} \quad \text{und}$$

$$(24b) \quad \gamma^2 m' \varrho = h^2$$

angegeben werden kann. Zunächst folgt unmittelbar $\varphi \rightarrow \varphi_n$ aus (23) für $r \ll \varrho$ und $\varphi \ll c^2$, derart, daß φ/c^2 für alle höheren als 1. Potenzen vernachlässigt werden kann. Ebenso wie φ_n ist auch φ physikalisch interpretierbar als Quadrat der zirkulären Geschwindigkeit im Abstand r vom Gravitationszentrum, was $\varphi \geq 0$ fordert. Da die rechte Seite von (24) für alle r eine reelle Zahl ist, muß auch die linke Seite reell bleiben, was die obere Schranke $\varphi \leq c^2$ fordert, so daß für φ das Intervall

$$(24c) \quad 0 \leq \varphi \leq c^2$$

gilt. Die Beziehung (24b) hängt allein von der Mikrostruktur m der Gravitationsfeldquelle M ab und beeinflusst offenbar den Feldverlauf (24). φ ist offenbar nicht mehr asymptotisch, vielmehr gilt $\varphi = 0$ für $r = \varrho$ und $\varphi \geq 0$ für $r \neq \varrho$, doch kann φ auch für $r > \varrho$ nur bis zur oberen Schranke (24c) ansteigen. Liegt diese obere Schranke bei $r = R_0$, dann würde $r > R_0$ außerhalb des Realitätsbereiches von φ liegen. Für r und φ gelten also die Intervalle

$$(24c_1) \quad 0 \leq r \leq \varrho, \quad \varrho < r \leq R_0$$

wobei $\varphi(\varrho) = 0$ und $\varphi(R_0) = c^2$ nach (24c) gilt. Eine physikalische Interpretation der Distanz $r = \varrho$, die nach (24b) allein von der atomaren Mikrostruktur von M bestimmt wird, ergibt sich aus einer Untersuchung der Gravitationsfeldbeschleunigung g . Mit $g = \frac{d\varphi}{dr}$ folgt durch

Differentiation des Gravitationsgesetzes (24) die Darstellung

$$(25) \quad g = - \frac{\gamma^2 M}{r^2} \left(1 - \frac{r^2}{\varrho^2}\right) e^q.$$

Hier zeigt sich, $g < 0$ für $r < \varrho$, das heißt, g ist in diesem Bereich ein attraktives Feld, welches für $r = \varrho$ gemäß $g(\varrho) = 0$ verschwindet und für $r > \varrho$ wegen des Vorzeichenwechsels $g > 0$ zu einem Abstoßungsfeld wird, weil e^q wegen (24c) im Intervall $1 \leq e^q \leq e$ definiert ist. Dieses Abstoßungsfeld erreicht dann für $r \rightarrow R_0$ die Realitätsschranke mit $g(R_0) = + \gamma^2 e M / \varrho^2$. Die Distanz $r = \varrho < \infty$ kann also als eine im Endlichen liegende Grenze des attraktiven Gravitationsfeldes physikalisch interpretiert werden, welche von der Mikrostruktur m der Feldquelle bestimmt wird. Zur Abschätzung derartiger Gravitationsgrenzen kann (24b) approximiert werden. Ist A das mittlere Atomgewicht der Materie M und ist weiter m_N die Nukleonenmasse, dann gilt $m \approx A m_N$, also

$$A' \varrho = m' (\gamma^2 m_N^2)^{-1}. \quad \text{Hier kann die rechte Seite als}$$

Naturkonstante mit Längendimensionierung numerisch ermittelt und in Megaparsec ausgedrückt werden. Auf diese Weise entsteht eine zur Abschätzung der Gravitationsgrenze numerische Beziehung

$$(25a) \quad A' \varrho \approx 46 \quad [M \text{ p c}],$$

das heißt, ϱ ist eine makrokosmische Struktur, die aber allein von der Mikrostruktur bestimmt wird.

Aufgrund der Interpretation von ϱ als attraktive Gravitationsgrenze wird deutlich, daß kosmische Objekte wie beispielsweise Spiralnebelsysteme immer dann in einem attraktiven physikalischen Zusammenhang stehen, wenn ihre gegenseitigen Abstände unter ϱ liegen. Es erscheint dann das typische Bild der Ordnung, welches durch attraktive Zusammenhänge bedingt wird. Liegen dagegen diese Abstände jenseits ϱ , dann muß

sich die Materie völlig chaotisch im Raum verteilen. Unterstellt man für die Zusammensetzung der Spiralnebel im allgemeinen die Russell'sche Zusammensetzung 70% H 29 % He und 1% Schwereelemente, von denen Fe am häufigsten ist, dann ergibt sich nach (25a) für die Gravitationsgrenze eine Distanz zwischen 10^7 und einigen $2 \cdot 10^7$ Lichtjahren. Wir glauben hierin die Ursache zu sehen, weshalb zwar Spiralnebelnester, aber keine Systeme höherer Ordnung beobachtet werden. Auch glauben wir hierin eine qualitative Bestätigung von (24) sehen zu dürfen¹¹⁾.

Mit den Beziehungen (24) bis (25a) kann weiter versucht werden, eine allgemeine Wechselbeziehung zwischen Photonen und der allgemeinen Gravitation zu untersuchen; wobei berücksichtigt werden muß, daß für die Photonen als Quanten des elektromagnetischen Feldes das Energiematerieäquivalent gilt, also jedem Photon der Wellenlänge λ eine Feldmasse zugeordnet ist. Bei derartigen Untersuchungen kommt man zu dem Ergebnis, daß diese Photonen eine gravitationsfeldbedingte dispersionsfreie Linienverschiebung $\delta \lambda$ oder $\lambda z = \delta \lambda$ erfahren, derart, daß $z > 0$ als Rotverschiebung und $z < 0$ als Blauverschiebung zu deuten ist. Ist r der hinreichend lange Laufweg des Photons und σ die allgemeine Massendichte im R_3 , dann ergibt sich aus derartigen Untersuchungen für diese Linienverschiebung

$$(26) \quad z = H r (c - H r)^{-1}, \quad \lambda z = \delta \lambda$$

mit

$$(26a) \quad H = \sqrt{\pi e \gamma^2 \sigma}.$$

Zunächst folgt, daß $z > 0$ eine Rotverschiebung beschreibt. Ist nun $r H \ll c$ und wird z als Dopplereffekt interpretiert, dann wird (26) wegen $z = v/c$ als Folge dieser Interpretation zu $v \sim H r$, was aber der empirischen Hubble'schen Beziehung entspricht. H muß also als Hubble-Konstante interpretiert werden.

Setzt man für σ einen abgeschätzten Wert

$\sigma \approx 10^{-26} \text{ [K g m}^{-3}\text{]}$, dann ergibt sich $H \approx 2,41 \cdot 10^{-18} \text{ [s}^{-1}\text{]}$ was gut mit dem spektroskopisch ermittelten Wert vergleichbar ist. Aus der Lyra-Geometrie entwickelte Sen⁹⁾ für die Rotverschiebung einen Ausdruck $z(1+z)^{-1} \sim r$, der aber formal mit (26) identisch ist.

Anomalien dieser Rotverschiebung können dann auftreten, wenn das σ -Feld in der jeweiligen Blickrichtung des Beobachters hinreichend starke Anisotropien aufweist. Dies deshalb, weil sich der Beobachter im Mittelpunkt einer Kugel $r = R_0$

befindet, während die wirksame Masse M der Beziehung (24) in einem Kreiszylinder vom Radius ϱ und der Länge $2 R_0$, also dem Volumen $2 \pi \varrho^2 R_0$ verteilt ist. Dieser Zylinder ist $r = R_0$ diametral einbeschrieben, derart, daß die

Mittelpunkte zusammenfallen und der Photonenweg - also die Visierlinie des Beobachters - in der Zylinderachse liegt. Aus diesem Grunde gilt $M = 2 \pi \varrho^2 R_0 \sigma$, womit unter Verwendung von (24) die Realitätsschranke R_0 abgeschätzt werden kann. Für $r = R_0$ ist $\varphi = c^2$ nach (24c) zu setzen, so daß $q = 1$ und (24) zu $2 c^2 R_0 e^{-1} =$

$= \chi M (1 - R_0/\varrho)^2 \approx \chi M R_0^2/\varrho^2$ in sehr guter Näherung wird, weil $R_0 \gg \varrho$ angenommen werden kann. Mit $M = 2 \pi \varrho^2 R_0 \sigma$ folgt daraus $R_0^2 = \frac{c^2}{\pi e \chi \sigma} = c^2/H^2$

mit (26a), so daß die Realitätsschranke

$$(27) \quad R_0 \approx c/H$$

als Hubbleradius zu interpretieren ist. Für $r > R_0$ ist φ nicht relevant, doch wird wegen $c - H R_0 \rightarrow 0$ für $r = R_0$ nach (26) die Rotverschiebung $z \rightarrow \infty$, das heißt, wegen

$$(27a) \quad r \geq R_0, \quad z \rightarrow \infty$$

können aus Raumbereichen $r \geq R_0$ grundsätzlich keine optischen Signale mehr empfangen werden, weil Photonen nicht mehr existieren, wenn ihre Rotverschiebung über jede vorgebbare Schranke wächst. Die Empfangsbedingung optischer Signale ist also durch die halb offenen Intervalle

$$(27b) \quad 0 \leq r < R_0, \quad 0 \leq z < \infty$$

gegeben. Wenn also Photonen innerhalb des Kugelvolumens $r < R_0$ emittiert werden, so können diese Signale mit $z \geq 0$ im Mittelpunkt dieser Kugel empfangen werden.

Da $R_0 < \infty$ für $\sigma > 0$, aber $R_0 \rightarrow \infty$ für $\sigma = 0$ nach (27) und (26a) gilt, liegt der Gedanke nahe, R_0 mit dem aus der allgemeinen Relativitätstheorie¹²⁾ sich ergebenden Weltradius (als Folge einer Raumkrümmung verursacht durch das σ -Feld) zu identifizieren. Eine derartige Interpretation ist durchaus möglich, jedoch nicht notwendig; denn das Universum kann wesentlich größer sein als ein durch $\sigma \neq 0$ bedingtes optisches Raumsegment innerhalb dessen optische Signale wahrnehmbar sind. Unabhängig von den jeweiligen Weltmodellen und die an solche Modelle geknüpften Vorstellungen bleiben die Systeme (24) bis (27b) bestehen und würden auch im Extremfall eines statischen unendlichen Universums das Paradoxon des dunklen Nachthimmels auflösen.

Eine nichtlineare einheitliche Quantenfeldtheorie der Materie und Gravitation, die im mikrokosmischen ^{Be} Reich exakte Lösungen liefert und approximativ auch makrokosmische Belange richtig wiedergibt, beinhaltet zwangsläufig auch einen Zusammenhang der makrokosmisch erscheinenden Wechselwirkungsfelder der allgemeinen Gravitation und des allgemeinen Elektromagnetismus. Hierauf soll in dieser Schrift nicht eingegangen werden, doch sei soviel bemerkt, daß nach unserer Auffassung jede rotierende gravitative Feldquelle - also jede rotierende ponderable Masse - als Folge dieser Rotation ein Magnetfeld B verursacht. Hat diese Masse M_0 die Dichte σ_0 und füllt sie das Kugelvolumen vom

Radius r_0 aus, dann entsteht ein in $[V s m^{-2}]$ dimensioniertes Magnetfeld B , wenn M_0 um eine Achse so rotiert, daß eine Drehung in der Zeit t erfolgt. Ist α_0 der Breitengrad auf der Kugeloberfläche, derart, daß $\alpha_0 = 0$ den Äquator bezogen auf die Drehachse kennzeichnet, und ist $\mu_0 = 1,25 \cdot 10^{-6} [V s A^{-1} m^{-1}]$ die Induktionskonstante, dann gilt für dieses Magnetfeld

$$(28) \quad c t B = 2 \sqrt{3\pi} \mu_0 \sigma_0 r_0^2 \cos \alpha_0 ,$$

dessen Feldlinien innerhalb der Kugel in der Drehachse, aber außerhalb parallel zu den Meridianen verlaufen, welche die Drehpole verbinden. Solche gravitativ bedingten Magnetfelder (28) müßten primär immer vorhanden sein. Besteht nun M_0 aus Materie im Plasmazustand, dann kommt es zu einer induktiven Wechselbeziehung zwischen diesem Plasma und B , doch bestehen auch induktive Zusammenhänge mit externen magnetischen Fremdfeldern. Es wäre denkbar, daß die Magnetfelder kosmischer Objekte durch (28) verständlich gemacht werden können, während die geophysikalisch vermessenen geomagnetischen Eigenschaften, wie insbesondere die zeitlichen Säkularvariationen und die Richtungsänderungen des geomagnetischen Feldes - indiziert durch paläomagnetische Remanenzen in den Oberflächen-gesteinen der Frakturzone - möglicherweise auf die induktiven Wechselbeziehungen des primären B -Feldes mit einem Magma im Plasmazustand zurückgehen.

Literaturverzeichnis

- 1) A. Wyler, Comptes Rendus (Paris) 269 A , 743 (1969).
- 2) A. Wyler, Comptes Rendus (Paris) 271 A, 186 (1971).
- 3) J. Wlodarski, Phys. Bl. 29, 576 (1972).
- 4) O. Haxel, H. Jensen, H. Süss, Naturwissenschaften 35, 376 (1948).
- 5) W. Heisenberg, Einführung in die einheitliche Feldtheorie der Elementarteilchen, Stuttgart (Hirzel) 1967, p. 120.
- 6) A. Einstein, Phys. Z. 18, 121 (1917).
- 7) H. Hora (to be published).
- 8) B. Heim, unpublished reports.
- 9) D. K. Sen and K. A. Dunn, J Math. Phys. 12, 578 (1971).
- 10) CERN, Particle Properties (1973)
- 11) W. Baade, nicht veröffentlichte mündliche Mitteilung.
- 12) M. v. Laue, Relativitätstheorie II.

Anhang A

Tabelle I
Quantenzahlen der Grundzustände $N = 0$.

Partikel	k	n	m	p	σ	P	Q	ϵ_q	ϵ_C	$\mathcal{R}$
$\eta, \bar{\eta}$	1	18	22	17	14	0	0	0	0	0
$K^+, \bar{K}^-$	1	17	26	30	28	1	0	1	1	1
$K^0, \bar{K}^0$	1	18	5	5	2	1	0	0	1	1
$e^-, \bar{e}^+$	1	0	0	0	0	1	1	-1	0	0
$e_0, \bar{e}_0$	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
$\mu^-, \bar{\mu}^+$	1	11	6	11	6	1	1	-1	0	1
$\pi^\pm, \bar{\pi}^\mp$	1	12	9	2	3	2	0	± 1	0	0
$\pi^0, \bar{\pi}^0$	1	12	3	6	4	2	0	0	0	0
$\Lambda, \bar{\Lambda}$	2	1	3	0	-11	0	1	0	-1	0
$\Sigma^-, \bar{\Sigma}^+$	2	4	4	-1	-15	0	3	-1	-3	0
$p, \bar{p}$	2	0	0	0	0	1	1	1	0	0
$n, \bar{n}$	2	0	0	-2	17	1	1	0	0	0
$\Xi^-, \bar{\Xi}^+$	2	2	7	-17	2	1	1	-1	-2	1
$\Xi^0, \bar{\Xi}^0$	2	2	6	-1	6	1	1	0	-2	1
$\Sigma^+, \bar{\Sigma}^-$	2	2	-7	-12	10	2	1	1	-1	0
$\Sigma^0, \bar{\Sigma}^0$	2	2	-7	-14	-2	2	1	0	-1	0
$\Sigma^-, \bar{\Sigma}^+$	2	2	-6	-5	-8	2	1	-1	-1	0
$\phi^{++}, \bar{\phi}^{--}$	2	2	1	9	4	3	3	2	0	0
$\phi^+, \bar{\phi}^-$	2	2	-1	-1	-6	3	3	1	0	0
$\phi^0, \bar{\phi}^0$	2	2	-1	-10	2	3	3	0	0	0
$\phi^-, \bar{\phi}^+$	2	2	-1	-16	-15	3	3	-1	0	0

Tabelle II

Theoretische Massen und Existenzzeiten der Elementarteilchen N=0.

Partikel	Theoretische Masse in MeV	Theo. Lebensdauer in 10^{-8} sec
$e^-, \bar{e}^+$	0,51100343	stabil
$\mu^-, \bar{\mu}^+$	105,65948493	219,94237553
π^+, π^-	139,56837088	2,60282911
K^+, K^-	493,71425074	1,23709835
$e_0, \bar{e}_0$	0,51617049	stabil
$\pi^0, \bar{\pi}^0$	134,96004114	$0,84016427 \cdot 10^{-8}$
K^0	497,72299959	5,17900027
$\bar{K}^0$	497,72299959	0,00887666
$\eta, \bar{\eta}$	548,80002432	$0,00233820 \cdot 10^{-8}$
$p, \bar{p}$	938,27959246	stabil
$\Sigma^+, \bar{\Sigma}^-$	1189,37409717	0,00800714
$\Sigma^-, \bar{\Sigma}^+$	1197,30443002	0,01481729
$\Xi^-, \bar{\Xi}^+$	1321,29326013	0,01653050
$\Omega^-, \bar{\Omega}^+$	1672,17518902	0,01317650
$\phi^{++}, \bar{\phi}^{--}$	1232,91663788	$5,99071759 \cdot 10^{-16}$
$\phi^+, \bar{\phi}^-$	1234,60981181	$5,72954997 \cdot 10^{-16}$
$\phi^-, \bar{\phi}^+$	1229,99529979	$6,74230244 \cdot 10^{-16}$
$n, \bar{n}$	939,57336128	$917,33526856 \cdot 10^8$
$\Lambda, \bar{\Lambda}$	1115,59979064	0,02578198
$\Sigma^0, \bar{\Sigma}^0$	1192,47794854	$42,90802646 \cdot 10^{-8}$
$\Xi^0, \bar{\Xi}^0$	1314,90206200	0,02961947
$\phi^0, \bar{\phi}^0$	1237,06132359	$5,08526841 \cdot 10^{-16}$

Tabelle III

Neutrinozustände

Neutrino	k	P	Q	$\mathcal{R}$	theoretische Masse in KeV
γ_1	1	0	1	0	0,00000381
γ_2	1	1	1	0(1)	5,37604784
γ_3	1	2	0	0	10,75208046
γ_4	2	1	1	0	21,05978361
γ_5	2	1	1	1	207,00130880

Tabelle IV

Approximierte Mesonenresonanzen $k = 1$

Partikel	P	$N(N)_{\pm}$	$K_B(K_B)_{\pm}$	theoretische Masse in MeV
ϵ	0	49	10	691,7094
ω (783)	0	64	51	783,9033
η' (958)	0	<u>144</u>	28	956,8400
S^* (993)	0	<u>170</u>	-1	992,6142
ϕ (1019)	0	153	63	1019,6306
f (1270)	0	<u>253</u>	26	1274,5452
D (1285)	0	<u>255</u>	27	1286,1728
E (1420)	0	272	82	1414,1873
f' (1514)	0	323	2	1517,8602
ω (1675)	0	342	71	1664,0125
K_-^* (892)	1	<u>23(11)</u>	29(3)	891,1955(892,2211)
K_A (1240)	1	<u>83(69)</u>	6(15)	1241,1180(1239,9767)
K^* (1420)	1	98(<u>101</u>)	25(23)	1420,2213(1414,4956)
L (1770)	1	161(<u>164</u>)	65(11)	1775,2145(1764,9862)
p (770)	2	8(5)	30(34)	769,9833(769,3101)
δ (970)	2	39(21)	19(5)	976,4931(973,6704)
A_1 (1100)	2	76(48)	41(<u>5</u>)	1106,9780(1106,7462)
B (1235)	2	<u>93(79)</u>	27(10)	1239,5340(1239,1994)
A_2 (1310)	2	127(86)	22(59)	1310,4695(1309,6730)
F_1 (1540)	2	<u>182(145)</u>	37(4)	1539,5100(1537,9095)
p' (1600)	2	<u>215(156)</u>	43(29)	1604,8640(1605,1008)
A_3 (1640)	2	<u>221(160)</u>	4 (7)	1637,2669(1634,2138)
g (1680)	2	228(165)	28(5)	1686,0154(1678,6425)

Tabelle V .

Approximierte Barionenresonanzen $k = 2$

Partikel	P	N(N) $\pm$	$K_B(K)$ $\pm$	theoretische Masse in MeV
N(1470)	1	13(12)	10(38)	1470,4888(1480,1770)
N(1520)	1	14(13)	29(8)	1509,6087(1515,7293)
N(1535)	1	<u>18(17)</u>	-2(8)	1533,9788(1535,3254)
N(1670)	1	23(22)	8(0)	1657,9536(1679,5754)
N(1688)	1	24(23)	-23(11)	1694,3687(1719,4898)
N(1770)	1	26(24)	14(65)	1771,8218(1769,0721)
N(1780)	1	<u>31(29)</u>	-9(0)	1784,3644(1782,2884)
N(1810)	1	<u>32(30)</u>	38(40)	1808,3795(1808,5253)
N(1990)	1	37(35)	60(50)	1974,9129(1989,7028)
N(2000)	1	<u>42(39)</u>	-3(-37)	2011,0552(2001,9706)
N(2040)	1	<u>44(41)</u>	7(30)	2044,8079(2034,6322)
N(2100)	1	40(<u>44</u>)	78(25)	2107,8085(2120,5890)
N(2190)	1	49(46)	-14(21)	2200,5168(2195,5295)
N(2220)	1	50(47)	66(43)	2244,1911(2245,4563)
N(2650)	1	<u>73(69)</u>	2(-9)	2653,5304(2652,4071)
N(3030)	1	<u>90(85)</u>	41(54)	3036,2404(3033,5279)
N(3245)	1	95(90)	61(28)	3234,0166(3231,8730)
N(3690)	1	<u>119(113)</u>	3(4)	3689,8085(3684,1957)
N(3755)	1	113(115)	37(31)	3751,7230(3728,0808)
$\Lambda(1330)$	0	<u>25</u>	10	1329,8831
$\Lambda(1405)$	0	22	79	1403,3999
$\Lambda(1520)$	0	37	36	1516,3419
$\Lambda(1670)$	0	54	4	1669,9762
$\Lambda(1690)$	0	55	61	1693,2832
$\Lambda(1750)$	0	58	25	1754,7613
$\Lambda(1815)$	0	<u>70</u>	-10	1815,4961

Tabelle V a

Approximierte Barionenresonanzen $k = 2$

Partikel	P	$N(N)_{\pm}$	$K_B(K)_{\pm}$	theoretische Masse in MeV
$\Lambda(1830)$	0	<u>71</u>	11	1830,4081
$\Lambda(1860)$	0	<u>73</u>	-5	1864,6313
$\Lambda(1870)$	0	<u>74</u>	1	1884,4529
$\Lambda(2010)$	0	<u>87</u>	17	2010,5372
$\Lambda(2020)$	0	<u>88</u>	18	2018,1998
$\Lambda(2100)$	0	<u>94</u>	0	2095,9533
$\Lambda(2110)$	0	84	34	2113,6593
$\Lambda(2350)$	0	<u>116</u>	30	2344,7465
$\Lambda(2585)$	0	<u>136</u>	5	2591,7184
$\Xi(1530)$	1	<u>4(2)</u>	9(5)	1531,5487(1534,7628)
$\Xi(1630)$	1	7(4)	30(20)	1621,5840(1661,1690)
$\Xi(1820)$	1	<u>16(10)</u>	35(9)	1828,9065(1810,8367)
$\Xi(1940)$	1	19(13)	59(27)	1944,8454(1945,2579)
$\Xi(2030)$	1	<u>25(19)</u>	-4(-3)	2027,8157(2037,5528)
$\Xi(2250)$	1	31(24)	65(-4)	2247,4841(2241,9080)
$\Xi(2500)$	1	42(35)	42(13)	2481,8202(2517,9008)
$\Delta(1650)$	3	<u>44</u>	11	1651,0807
$\Delta(1670)$	3	<u>48</u>	44	1678,6242
$\Delta(1690)$	3	<u>71</u>	0	1690,0383
$\Delta(1890)$	3	124	1	1887,9876
$\Delta(1900)$	3	125	56	1900,8602
$\Delta(1910)$	3	<u>129</u>	-27	1915,2764
$\Delta(1950)$	3	134	59	1949,3571
$\Delta(1960)$	3	<u>137</u>	38	1965,2695
$\Delta(2160)$	3	211	33	2153,9221
$\Delta(2420)$	3	<u>302</u>	12	2422,5186
$\Delta(2850)$	3	419	63	2856,6694
$\Delta(3230)$	3	572	34	3229,6911

Approximierte Barionenresonanzen $k = 2$

Partikel	P	$(N)_+ N(N)_-$	$(K_B)_+ K_B(K_B)_-$	theo. Masse in MeV
$\Sigma(1385)$	2	$(\underline{13})_+ 6(\underline{13})_-$	$(11)_+ 59(22)_-$	$(1383)_+ 1382(1386)_-$
$\Sigma(1440)$	2	$(16)8(16)$	$(9)71(-5)$	$(1441)1434(1441)$
$\Sigma(1480)$	2	$(18)20(18)$	$(64)12(52)$	$(1492)1490(1489)$
$\Sigma(1620)$	2	$(\underline{32})\underline{35}(\underline{32})$	$(18)10(20)$	$(1624)1622(1616)$
$\Sigma(1670)$	2	$(34)27(35)$	$(8)15(-23)$	$(1664)1660(1678)$
$\Sigma(1690)$	2	$(35)38(36)$	$(-10)43(57)$	$(1691)1683(1705)$
$\Sigma(1750)$	2	$(\underline{43})41(38)$	$(-25)34(5)$	$(1752)1747(1750)$
$\Sigma(1765)$	2	$(\underline{45})\underline{49}(\underline{46})$	$(9)10(-2)$	$(1769)1766(1770)$
$\Sigma(1840)$	2	$(\underline{50})45(\underline{51})$	$(19)11(47)$	$(1847)1844(1848)$
$\Sigma(1880)$	2	$(42)\underline{57}(43)$	$(65)61(7)$	$(1884)1887(1885)$
$\Sigma(1915)$	2	$(\underline{53})59(54)$	$(28)16(24)$	$(1909)1923(1908)$
$\Sigma(1940)$	2	$(54)60(55)$	$(23)44(-10)$	$(1932)1951(1931)$
$\Sigma(2000)$	2	$(\underline{63})\underline{70}(\underline{64})$	$(8)1(-45)$	$(2003)2012(2002)$
$\Sigma(2030)$	2	$(\underline{66})\underline{72}(59)$	$(21)12(5)$	$(2035)2031(2031)$
$\Sigma(2070)$	2	$(\underline{68})\underline{75}(\underline{69})$	$(2)38(40)$	$(2066)2071(2064)$
$\Sigma(2080)$	2	$(\underline{69})\underline{76}(\underline{70})$	$(9)29(10)$	$(2083)2089(2074)$
$\Sigma(2100)$	2	$(\underline{70})\underline{77}(\underline{71})$	$(31)52(6)$	$(2103)2106(2093)$
$\Sigma(2250)$	2	$(76)84(78)$	$(-12)33(35)$	$(2243)2250(2252)$
$\Sigma(2455)$	2	$(\underline{94})\underline{104}(85)$	$(18)56(3)$	$(2444)2458(2455)$
$\Sigma(2620)$	2	$(\underline{110})\underline{121}(103)$	$(27)-12(26)$	$(2624)2625(2621)$
$\Sigma(3000)$	2	$(\underline{136})\underline{150}(\underline{140})$	$(-85)38(12)$	$(2994)3001(3003)$
$N(1700)$	1	$25(\underline{27})$	$63(-12)$	$1734, 6717(1751, 2494)$

Anhang B

Die mit dem # Zeichen versehenen numerierten Gleichungen werden im Folgenden tabuliert, derart, daß die betreffende Tabelle mit den entsprechenden Gleichungsnummern überschrieben wird.

((2a, 2b, 7a, 7b, 4a)

Symbol	numerischer Wert	Symbol	numerischer Wert
η	0,98998964	η	7,93991266
$\eta_{1,1}$	0,98756399	1,1	7,92534503
$\eta_{1,2}$	0,98516776	1,2	7,91095114
$\eta_{2,2}$	0,84242385	2,2	7,04779227
α_+	0,01832211	α_-	0,00812835

((6 a bis 6 d, 12 a, 12 b, 13 b)

k	Q_n	Q_m	Q_p	Q_σ	B	H	A
1	3	3	2	1	27	9	2787,59025432
2	24	31	34	15	26	104	14727,57867072

(8 a bis 8 f)

$N_i (k,q)$	numerischer Wert	$N_i (k,q)$	numerischer Wert
$N_1 (1,1)$	0,99688127	$N_4 (1,1)$	4
$N_1 (1,0)$	1	$N_4 (1,0)$	4
$N_1 (2,1)$	0,99627809	$N_4 (2,1)$	4
$N_1 (2,0)$	1	$N_4 (2,0)$	2
$N_1 (2,2)$	0,95891826	$N_4 (2,2)$	6
$N_2 (1,1)$	0,67506174	$N_5 (1,1)$	1,15773470
$N_2 (1,0)$	0,66666667	$N_5 (1,0)$	1,15773470
$N_2 (2,1)$	0,67670370	$N_5 (2,1)$	1,73247496
$N_2 (2,0)$	0,66666667	$N_5 (2,0)$	1,15773470
$N_2 (2,2)$	0,79136728	$N_5 (2,2)$	76,73214581
$N_3 (1,1)$	1,95731764	$N_6 (1,1)$	0,00000164
$N_3 (1,0)$	2	$N_6 (1,0)$	0,00000164
$N_3 (2,1)$	2,59881924	$N_6 (2,1)$	0,02518725
$N_3 (2,0)$	2,71828183	$N_6 (2,0)$	-0,10493009
$N_3 (2,2)$	2,12190443	$N_6 (2,2)$	0,15580107

(13c, 13d, 13e, 11b)

Part.	a_1	a_2	a_3	$W_{N=0}$
e^-	35	11	89,96774158	38,70294226
μ	1	23	7,26891022	2830,26324345
$\pi^\pm$	25	0	95,62488526	3514,46294316
K^+	16	31	7,26891022	8857,95769020
e_0	34	28	77,11059862	38,51308957
π^0	22	2	-0,03225806	3419,16217346
K^0	22	17	98,29474138	9332,35821820
η	28	33	48,65020426	9905,00599107
p	0	23	84,22944059	14792,56308050
Σ^+	21	30	26,15371691	18124,03136129
Σ^-	21	47	94,49556347	18183,30294347
Ξ^-	26	25	15,61504747	18998,73451193
Λ^-	47	3	69,73881899	23157,61451004
ϕ^{++}	23	27	82,92386515	18115,38391620
ϕ^+	23	22	22,64335811	18467,56082305
ϕ^-	21	27	69,73881899	18448,51703290
n	0	36	101,15000035	14828,61089116
Λ	13	45	-0,03333333	16827,97671482
Σ^0	21	46	83,86257747	18179,59733741
Ξ^0	26	22	71,62409771	18990,08927597
ϕ^0	23	39	93,76289283	18508,94119539

(21a) (21b) (15a)

Partikel	y	φ	$L(N)$
$e^-, \bar{e}^+$	-408,54063248	0	1021
$\mu^-, \bar{\mu}^+$	1086,93016693	2,57120915	2340
$\pi^+, \bar{\pi}^-$	17,08389288	-2,32863274	1485
$K^+, \bar{K}^-$	184,84508008	-40,78574065	3258
$e(0), \bar{e}(0)$	-53,97104336	0	1373
$\pi^0, \bar{\pi}^0$	$3,70004027 \cdot 10^{-8}$	-5,12094079	1833
K^0	147,94249859	-12,73395842	3166
$\bar{K}^0$	0,25356917	-12,73395842	3166
$n, \bar{n}$	$0,26273140 \cdot 10^{-8}$	5,06612007	3236
$p, \bar{p}$	17,31698079	9,28034058	1841
$\Sigma^+, \bar{\Sigma}^-$	0,04603481	-6,00947753	5785
$\Sigma^-, \bar{\Sigma}^+$	0,06836890	-2,01125294	5991
$\Xi^-, \bar{\Xi}^+$	0,10666692	23,44132266	2247
$\Lambda^-, \bar{\Lambda}^+$	0,09369559	-137,03604095	2062
$n, \bar{n}$	1228,02191382	11,16885467	1932
$\Lambda, \bar{\Lambda}$	0,06178705	0	1964
$\Sigma^0, \bar{\Sigma}^0$	$211,63404729 \cdot 10^{-8}$	11,78154008	6375
$\Xi^0, \bar{\Xi}^0$	0,20184712	90,44612205	2382
$\phi^{++}, \bar{\phi}^{--}$	$14,72282381 \cdot 10^{-16}$	-1364,07751672	35510
$\phi^+, \bar{\phi}^-$	$11,51525605 \cdot 10^{-16}$	-623,74523006	5115
$\phi^0, \bar{\phi}^0$	$10,13617609 \cdot 10^{-16}$	-985,00227539	5551
$\phi^-, \bar{\phi}^+$	$10,19390807 \cdot 10^{-16}$	-548,14408156	5102

Theoretische M in MeV der J, ψ und X mit
 $k = Q = 1$ und $P = \mathcal{R} = C = q = 0$.

M (MeV)	N	K_B	M(MeV)	N	K_B
3096	736	82	3091	<u>737</u>	10
3101	738	45	3122	739	80
3119	<u>740</u>	6	3086	<u>783</u>	-4
3092	<u>784</u>	31	3109	<u>785</u>	66
3104	<u>786</u>	26	3120	<u>787</u>	61
3116	<u>788</u>	19	—	—	—
3693	911	79	3688	<u>912</u>	15
3699	913	50	3721	914	85
3713	<u>915</u>	19	3687	<u>943</u>	3
3688	<u>944</u>	-1	3690	<u>945</u>	-2
3692	<u>946</u>	12	3694	<u>947</u>	-1
3696	<u>948</u>	7	3699	<u>949</u>	13
3702	<u>950</u>	17	3705	<u>951</u>	19
3708	<u>952</u>	19	3711	<u>953</u>	17
3714	<u>954</u>	13	3717	<u>955</u>	7
3721	<u>956</u>	-1	—	—	—
4091	1013	73	4086	<u>1014</u>	9
4097	1015	44	4119	1016	79
4111	1017	13	4123	1018	48